平成 29 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：生産工学･制御工学　［ 1 / 2 ］

（問題 [1]，[2] は別々の答案用紙に解答すること．）

[1] 以下の問(1)～(3)に答えよ．

(1) 幅 b の工作物を切り込み量 d，切削速度 V で切削する場合を図 1-1 に示す二次元切削モデルで考える．ここで，せん断面で工作物をせん断し切りくずを生成するために必要な力 R' と工具が受ける切削抵抗 R とは平衡状態にある．これらの力は切削実験で測定される水平分力 F_h と垂直分力 Fv に分解される．また，せん断角を ϕ，切りくず厚さを t，工具のすくい角を α とする．このとき次の問いに答えよ．

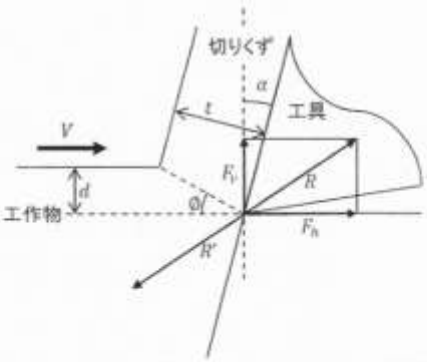


図 1-1 二次元切削モデルにおける力の関係

(a) 単位時間あたりに消費される切削エネルギ U，比切削抵抗 u を求める式を示せ．

(b) 切削エネルギの大部分は熱に変換され切削温度を上昇させる．切削温度の上昇により生じる問題点および切削温度上昇を防ぐ対策を各々2 つ挙げよ．

(2) 図 1-2 に示すかみ合う平歯車がある．歯車①は入力側であり T_1 [N･m] のトルクを発するモータに接続される．歯車②は出力側である．歯車のモジュールはともに 2.0 である．このとき，以下の問いに答えよ．

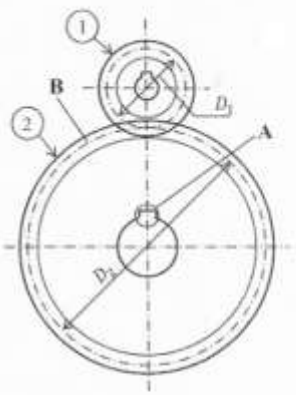


図 1-2 かみ合う平歯車の関係

(a) 歯車の減速比を示せ．また，歯車②の歯数を求めよ．

(b) 歯車②の軸で出力されるトルクを求めよ．

(c) 歯車②を 1800[rpm]で回転させるとき必要なモータの動力[W]を求めよ．

(d) 図中の A で示される部位の名称を日本語と英語で示せ．また，A の役割を述べよ．

(e) A の加工を行うのに適切な加工法を 1 つ挙げよ．

(f) 図中の B で示される一点鎖線の名称を日本語と英語で示せ．

(3) 一般に生産管理において最も重要な概念は QCD であるとされる．QCD は 3 つの要素を表す英単語の頭文字をとったものである．それら 3 つの英単語を答えよ．また，QCD の意味するところを答えよ．

2017（H29）年度　⑤生産工学　問題

【1】（1）〈2 次元切削モデル〉

（1）図 1-1 に示す 2 次元切削モデルについて次の問いに答えよ。

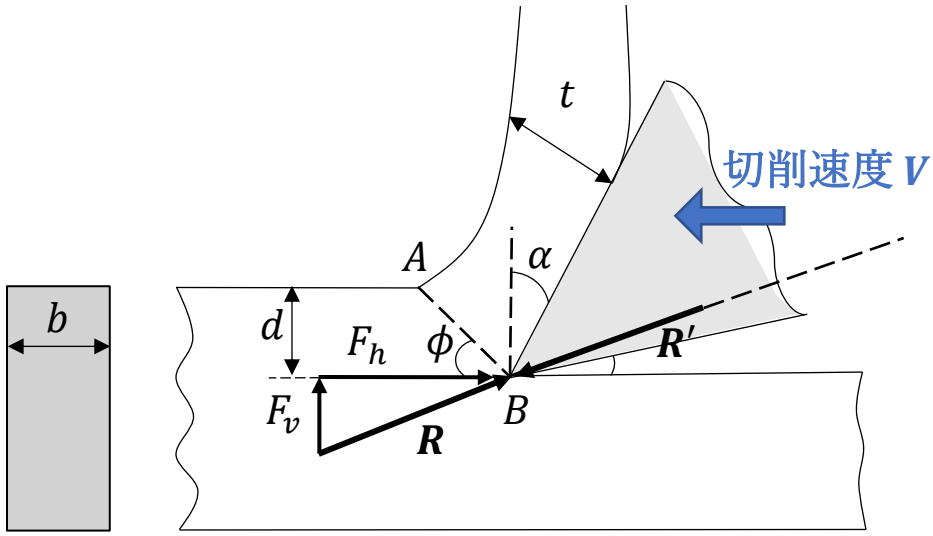


図 1　2 次元切削モデルと 2 次元切削における力のつり合い

ここで、図に示した記号は以下の 2 次元切削における用語である。

α：すくい角　ϕ：せん断角

d：切込み　**t：切りくず厚さ　b：切削幅**

R , R'：合成切削力　**F_h：水平分力（主分力）**F_v：垂直分力（背分力）

（a）単位時間あたりに消費される切削エネルギ U, 比切削抵抗 u を求める式を示せ。

・単位時間あたりの切削エネルギ U（動力）

$$U = F_h V$$

・比切削抵抗 u　→単位切削体積あたりのエネルギに等しい。

$$u = \frac{U}{Vbt} = \frac{F_h}{bt}$$

（b）切削エネルギの大部分は熱に変換され切削温度を上昇させる。

切削温度の上昇により生じる問題点および切削温度上昇を防ぐ対策を各々 2 つ挙げよ。

〈問題点〉・工具摩耗による工具寿命の低下　・工作物の熱変形

〈対策〉・切削油（クーラント液）の供給　・切削速度を小さくすること

【1】（2）〈歯車〉

（a）歯車の減速比を示せ。また、歯車②の歯数を求めよ。

モジュール m は歯の大きさを表す値で、歯数（はかず）を z, ピッチ円直径を d とすると、次式で表せる。

$$m = \frac{d}{z}$$

よって、歯車②の歯数 z_2 は、

$$z_2 = \frac{D_2}{m} = \frac{D_2}{2.0}$$

歯車の減速比（ギヤ比 z_2/z_1 ）は、

$$\frac{z_2}{z_1} = \frac{\frac{D_2}{2.0}}{\frac{D_1}{2.0}} = \frac{D_2}{D_1}$$

（b）歯車②の軸で出力されるトルクを求めよ。

歯車で出力されるトルクは、接線方向力を F とすると、次式で表せる。

$$T = \frac{d}{2}F$$

よって、歯車①で入力されるトルクは T_1 なので、接線方向力 F は、

$$F = \frac{2}{D_1}T_1$$

したがって、歯車②で出力されるトルク T_2 は、F を代入して、

$$T_2 = \frac{D_2}{D_1}T_1$$

（c）歯車②を 1800 [rpm] で回転させるとき、必要なモータの動力 W を求めよ。

歯車の動力 W は、角振動数を ω とすると、次式で表せる。

$$W = \frac{d}{2}F \cdot \omega = T \cdot \omega$$

よって、（2）の結果を用いて、

$$W = \frac{D_2}{D_1} T_1 \cdot \omega$$

ここで、回転数（周波数 $f[1/\mathrm{s}]$）と角振動数 ω の関係は

$$\omega = 2\pi f$$

したがって、必要なモータの動力 W は、

$$W = \frac{D_2}{D_1} T_1 \cdot 2\pi \frac{1800}{60} = 60\pi \frac{D_2}{D_1} T_1$$

（d）図中の A で示される部位の名称を日本語と英語で示せ。また、A の役割を述べよ。

キー溝（key way）

軸と回転体のはめ合いが固定されて、トルクの伝達が確実になる（空回りの防止）

（e）A の加工を行うのに適切な加工法を 1 つ挙げよ。

エンドミルを用いたフライス加工

（f）図中の B で示される一点鎖線の名称を日本語と英語で示せ。

ピッチ円（pitch circle）

【1】（3）〈QCD〉

（3）一般に生産管理において最も重要な概念は QCD であるとされる。
QCD は 3 つの要素を表す英単語の頭文字をとったものである。
それら 3 つの英単語を答えよ。また、QCD の意味するところを答えよ。

Q：Quality（品質）… 性能や信頼性。一般に、価値と比例する。

C：Cost（費用）… 一般に、性能や信頼性が一定水準では、費用が小さい方が価値は高い。

D：Delivery（納期）… 予定より遅れると、価値は低くなる。

基本的には、それぞれがトレードオフの関係になっているため、バランスが大切。

2017（H29）年度【1】講評

（1）機械工学実験でもお馴染みの 2 次元切削モデルについての問いである。
切削エネルギーの考察。製造プロセス工学Ⅰ「第 5 回：工具寿命」の内容。

（2）歯車について。設計工学Ⅰの内容。

（3）QCD って知ってる？知らん。設計工学Ⅱの資料に掲載されている。

平成29年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：生産工学･制御工学　［ 2/2 ］

（問題［1］，［2］は別々の答案用紙に解答すること．）

［2］ 以下の問(1)，(2)に答えよ．

(1) 図 2-1 に示す RLC 回路を考える．電気抵抗をR，コイルのインダクタンスをL，キャパシタの静電容量をCとする．また，時刻tにおける入力電圧を$v_i(t)$，出力電圧を$v_0(t)$，キャパシタの電荷を$q(t)$とする．

(a) $v_i(t)$と$q(t)$に関する支配方程式を求めよ．

(b) $v_i(t)=u(t)$，$v_0(t)=y(t)$とし，$u(t)$と$y(t)$のラプラス変換をそれぞれ$U(s)$，$Y(s)$とする．$U(s)$から$Y(s)$までの伝達関数を求めよ．

(c) $R=2[\Omega]$，$C=1\times10^{-6}[\mathrm{F}]$，$L=2\times10^{-6}[\mathrm{H}]$する．入力電圧として角周波数$\omega$[rad/s]の正弦波信号を加えるとき，定常応答における出力電圧の振幅が入力電圧の振幅の $\frac{1}{\sqrt{2}}$ となるωを求めよ．

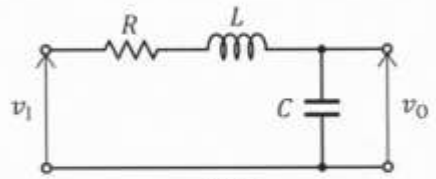


図 2-1

(2) 図 2-2 に示すような二次遅れ系に対する PI 制御系を考える．

(a) uからeへの伝達関数を求めよ．

(b) ランプ入力

$$u(t)=\begin{cases}t & (t\geq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases}$$

に対する定常偏差が $\frac{1}{3}$ となるようなK_Iを求めよ．

(c) 上で求めたK_Iのもとで閉ループ系が安定となるようなK_Pの条件を求めよ．

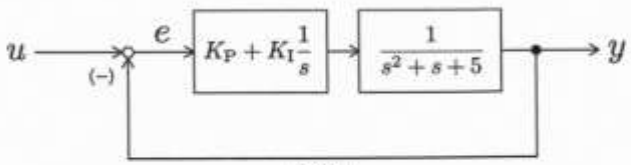


図 2-2

2017（H29）年度　⑤制御工学　問題

【２】問題〈RLC 回路・PI 制御〉

（１）図 2-1 に示す RLC 回路を考える。電気抵抗を R , コイルのインダクタンスを L , キャパシタの静電容量を C とする。また、時刻 t における入力電圧を $v_I(t)$, 出力電圧を $v_O(t)$, キャパシタの電荷を $q(t)$ とする。

（a）$v_I(t)$ と $q(t)$ に関する支配方程式を求めよ。

本問で考えるべき支配方程式は、回路方程式であり、今回用いた性質を以下に列挙する。また、抵抗およびコンデンサの電圧について、文字と添字を設定した。

・回路要素（抵抗 R ・コンデンサ C ・インダクタンス L ）と電流 i ・電圧 v の関係

$$v_R = Ri(t) = R\frac{d}{dt}q(t)$$

$$v_C = \frac{1}{C}q(t) = \frac{1}{C}\int i dt$$

$$v_L = -L\frac{di(t)}{dt} = -L\frac{d^2}{dt^2}q(t)$$

・キルヒホッフの法則

① 電流則・・・各節点での入る電流と出る電流の和は同じ

② 電圧則・・・各ループでの一巡電圧降下は 0

キルヒホッフの電圧則は、

$$v_I + v_R + v_L + v_C = 0$$

電流 i の向きを時計回りに設定する。

$$v_I(t) - Ri(t) - L\frac{di(t)}{dt} - \frac{1}{C}q(t) = 0$$

$$v_I(t) - R\frac{d}{dt}q(t) - L\frac{d^2}{dt^2}q(t) - \frac{1}{C}q(t) = 0$$

$$\therefore v_I = L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q$$

（b）$v_I(t) = u(t),\ v_O(t) = y(t)$ とし、$u(t)$ と $y(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $U(s),\ Y(s)$ とする。$U(s)$ から $Y(s)$ までの伝達関数を求めよ。

（a）の結果より、

$$v_I = L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q$$

また、

$$v_O(t) = \frac{1}{C}q(t)$$

の関係が成り立っているので、これを代入する。

$$v_I = LC\frac{d^2}{dt^2}v_O(t) + RC\frac{d}{dt}v_O(t) + v_O(t)$$

上式に、$v_I(t) = u(t),\ v_O(t) = y(t)$ を代入して、ラプラス変換する。

$$U(s) = LCs^2Y(s) + RCsY(s) + Y(s)$$
$$= (LCs^2 + RCs + 1)Y(s)$$

よって、伝達関数 $G(s)$ は、

$$\therefore G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$$

（c）$R = 2\ [\Omega],\quad C = 1 \times 10^{-6}\ [\mathrm{F}],\quad L = 2 \times 10^{-6}\ [\mathrm{H}]$ とする。
入力電圧として角周波数 ω[rad/s] の正弦波信号を加えるとき、
定常応答における出力電圧の振幅が入力電圧の振幅の $1/\sqrt{2}$ となる ω を求めよ。

$G(s)$ が安定なとき、入力 $\sin\omega t$ に対する出力の定常応答 $\tilde{y}(t)$ は、次式で表される。

$$\tilde{y}(t) = |G(j\omega)|\sin\big(\omega t + \angle G(j\omega)\big)$$

（２）の結果より、$G(s)$ の周波数伝達関数は

$$G(j\omega) = \frac{1}{LC(j\omega)^2 + RC(j\omega) + 1} = \frac{1}{(-LC\omega^2 + 1) + jRC\omega}$$

$$\therefore |G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(-LC\omega^2+1)^2+(RC\omega)^2}}$$

$|G(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ となる ω を求める。

$$\sqrt{(-LC\omega^2+1)^2+(RC\omega)^2} = \sqrt{2}$$
$$(-LC\omega^2+1)^2+(RC\omega)^2 = 2$$

$$(LC)^2\omega^4 - 2LC\omega^2 + (RC)^2\omega^2 = 1$$

$R = 2, \quad C = 1\times10^{-6}, \quad L = 2\times10^{-6}$ を代入する。

$$(4\times10^{-24})\omega^4 - 2(2\times10^{-12})\omega^2 + (4\times10^{-12})\omega^2 = 1$$

$$(4\times10^{-24})\omega^4 = 1 \quad \therefore \omega^4 = \frac{1}{4\times10^{-24}}$$

$$\therefore \omega = \sqrt{\frac{1}{2}}\times\frac{1}{10^{-6}}$$

$$\therefore \omega = \frac{10^6}{\sqrt{2}}\ [\mathrm{rad/s}]$$

（2）図 2-2 に示すような二次遅れ系に対する PI 制御系を考える。

（a）u から e までの伝達関数を求めよ。

フィードバック制御系の e から y までの一巡伝達関数 $L(s)$ は、

$$L(s) = \left(K_p + K_I\frac{1}{s}\right)\cdot\frac{1}{s^2+s+5}$$

ここで、u と e の関係は次式となる。

$$\big(1+L(s)\big)E(s) = U(s)$$

よって、u から e までの伝達関数 $H(s)$ は、

$$H(s) = \frac{E(s)}{U(s)} = \frac{1}{1+L(s)} = \frac{1}{1+\left(K_p + K_I\frac{1}{s}\right)\cdot\frac{1}{s^2+s+5}}$$

$$\therefore H(s) = \frac{s(s^2+s+5)}{s(s^2+s+5)+\big(sK_p+K_I\big)}$$

(b) ランプ入力

$$u(t) = \begin{cases} t\ (t \geq 0) \\ 0\ (t < 0) \end{cases}$$

に対する定常偏差が $1/3$ となるような K_I を求めよ。

定常速度偏差 e_s は、目標値 $\boldsymbol{u(t) = t}$ に対する定常偏差といい、以下の式で求められる。

$$e_s = \lim_{s \to 0} sE(s)$$

(a) より、

$$\therefore e_s = \lim_{s \to 0} sH(s)U(s)$$

$$= \lim_{s \to 0} \frac{s^2(s^2 + s + 5)}{s(s^2 + s + 5) + (sK_p + K_I)} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{5}{K_I}$$

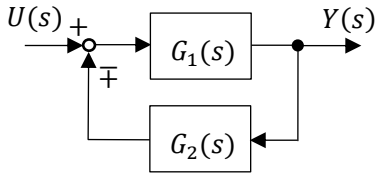
これが $1/3$ となるので、

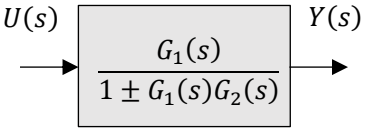
$$\frac{5}{K_I} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore K_I = 15$$

(c) 上で求めた K_I のもとで、閉ループ系が安定となるような K_P の条件を求めよ。

フィードバック結合





フィードバック制御系の閉ループ伝達関数 $G(s)$ は、(a) より、

$$G(s) = \frac{L(s)}{1 + L(s)} = \frac{\left(K_p + K_I \frac{1}{s}\right) \cdot \frac{1}{s^2 + s + 5}}{1 + \left(K_p + K_I \frac{1}{s}\right) \cdot \frac{1}{s^2 + s + 5}} = \frac{(sK_p + K_I)}{s(s^2 + s + 5) + (sK_p + K_I)}$$

閉ループ伝達関数 $G(s)$ の分母多項式 $D(s)$ は、

$$\therefore D(s) = s^3 + s^2 + (K_p + 5)s + K_I$$

(b) の結果 $K_I = 15$ を代入すると $D(s)$ は、

$$D(s) = s^3 + s^2 + (K_p + 5)s + 15$$

以下、**ラウスの安定判別法**を用いて、安定性の条件を求める。

$$D(s) = \mathbf{1}\cdot s^3 + \mathbf{1}\cdot s^2 + (\boldsymbol{K_p}+\mathbf{5})\cdot s + \mathbf{15}$$

ラウス表

s^3	1	1
s^2	K_p+5	15
s^1	R_{31}	0
s^0	R_{41}	0

絶対 0

実は R_{22} になる

$$R_{31} = -\frac{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}}{R_{21}} = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ K_p+5 & 15 \end{vmatrix}}{K_p+5}, \quad R_{32} = -\frac{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{13} \\ R_{21} & R_{23} \end{vmatrix}}{R_{21}} = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ K_p+5 & 0 \end{vmatrix}}{15}$$

$$R_{41} = -\frac{\begin{vmatrix} R_{21} & R_{22} \\ R_{31} & R_{32} \end{vmatrix}}{R_{31}} = -\frac{\begin{vmatrix} K_p+5 & 15 \\ R_{31} & 0 \end{vmatrix}}{R_{31}}, \quad R_{42} = -\frac{\begin{vmatrix} R_{21} & R_{23} \\ R_{31} & R_{33} \end{vmatrix}}{R_{31}} = -\frac{\begin{vmatrix} K_p+5 & 0 \\ R_{31} & 0 \end{vmatrix}}{R_{31}}$$

安定性の必要十分条件は、$D(s)=0$ のすべての根の実部が負であることである。

そして、$D(s)=0$ のすべての根の実部が負であることの必要十分条件が、

条件① ラウス数列がすべて正　かつ　条件② すべての係数が正

を満たすことである。

条件①を考える。

$$R_{31} = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ K_p+5 & 15 \end{vmatrix}}{K_p+5} = -\frac{1}{K_p+5}\{15-(K_p+5)\}$$

$$R_{41} = -\frac{\begin{vmatrix} K_p+5 & 15 \\ R_{31} & 0 \end{vmatrix}}{R_{31}} = -\frac{1}{R_{31}}\cdot(-15)\cdot R_{31} = 15\ (=R_{22})$$

よって、次式を解けばよい。

$$-\frac{1}{K_p+5}\{15-(K_p+5)\} > 0$$

次に、条件②は、

$$K_p + 5 > 0$$

以上より、

$$10 < K_p$$

【別解】フルビッツの安定判別法を用いて、安定性の条件を求める。

$$D(s) = \mathbf{1} \cdot s^3 + \mathbf{1} \cdot s^2 + \left(\boldsymbol{K_p} + \mathbf{5}\right) \cdot s + \mathbf{15}$$

の係数から次の行列を作る。

$$H = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 15 & 0 \\ 1 & K_p + 5 & 0 \\ 0 & 1 & 15 \end{bmatrix}$$

そして、H の $i \times i$ 主座小行列式（左上隅の $i \times i$ 小行列の行列式）を H_i とし、$H_1, \cdots, H_n$ を計算する。すなわち、

$$H_1 = a_2, \quad H_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}, \quad H_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} \ (= a_0 H_2)$$

これらのフルビッツ行列式とよばれる小行列式を計算する。

$\underline{a_n > 0 \text{ のとき}}$、システムが安定であるための必要十分条件は、

$\boxed{H_1, \cdots, H_n \text{ がすべて正であること}}$

$$H_1 = a_2 = 1 > 0$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 1 & 15 \\ 1 & K_p + 5 \end{vmatrix} = K_p + 5 - 15$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} 1 & 15 & 0 \\ 1 & K_p + 5 & 0 \\ 0 & 1 & 15 \end{vmatrix} = 15\left(K_p + 5\right) - 15 \cdot 15 = 15\left(K_p + 5 - 15\right) \ (= a_0 H_2)$$

よって、次式を解けばよい。

$$K_p + 5 - 15 > 0$$

したがって、

$$\therefore 10 < K_p$$

（別解終わり）

2017（H29）年度【２】略解

（１）	
(a)	$v_I = L\dfrac{d^2q}{dt^2} + R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{C}q$
(b)	$G(s) = \dfrac{1}{LCs^2 + RCs + 1}$
(c)	$\omega = \dfrac{10^6}{\sqrt{2}}$ [rad/s]
（２）	
(a)	$H(s) = \dfrac{s(s^2 + s + 5)}{s(s^2 + s + 5) + (sK_p + K_I)}$
(b)	$K_I = 15$
(c)	$10 < K_p$

2017（H29）年度【２】講評

（１）RLC 回路

(a) 回路方程式は立式できただろうか。ここで間違えると以降の問いは全滅なので、注意。

(b) 伝達関数の知識が問われている。

(c) 周波数応答の知識が問われている。

（２）PI 制御

(a) 伝達関数の知識が問われている。

(b) 定常偏差の知識が問われている。

(c) 安定性の知識が問われている。

出題者は非常に手練れており、満遍なく制御工学の知識を問われている。

満遍なく復習して、知識の抜けがないようにしたい。慣れてしまえば大した問題ではない。

フィードバック結合の伝達関数は覚えてしまった方がよい。