2020 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：生産工学･制御工学　［ 1 / 4 ］

（問題［1］，［2］は別々の答案用紙に回答すること．）

［1］　以下の(1)～(4)の問いに答えよ．

(1) 2 次元切削理論に関する以下の問いに答えよ．図 1-1 に 2 次元切削モデルを示す．

(a) すくい角 α，摩擦角 β，せん断角 ϕ と切削力の大小関係を示せ．

① すくい角 α が大きいほど，切削力は（1．大きい，2．小さい）
② 摩擦角 β が大きいほど，切削力は（1．大きい，2．小さい）
③ せん断角 ϕ が大きいほど，切削力は（1．大きい，2．小さい）

(b) 摩擦角 β は何を示すパラメータか簡潔に説明せよ．

(c) 冷却，潤滑，切りくず排出を目的として加工中に切削液（クーラント）を供給するが，切削液の供給によって，すくい角 α，摩擦角 β，せん断角 ϕ がどのように変化するかを理由とともに簡潔に説明せよ．変化しない場合もその理由を示せ．

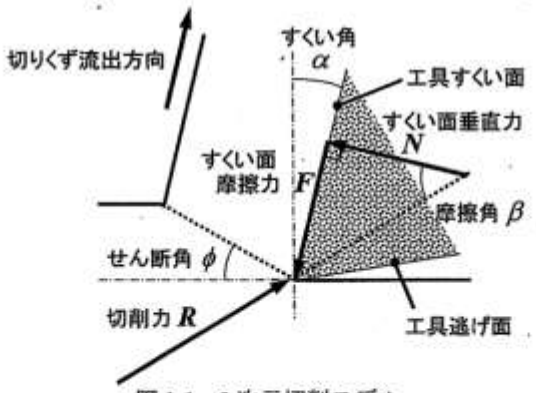


図 1-1　2 次元切削モデル

(2) 工具寿命に関する以下の問いに答えよ．

(a) 工具の寿命方程式　$VT^n = C$　の呼び名（この関係を見出した人物の名前）を答えよ．ここで，V は切削速度［m/min］，T は工具寿命［min］，n，C は工具の切削速度と工具寿命の関係から実験的に決まる定数である．

(b) 寿命方程式が　$VT^{0.5} = 1000$　の工具を用いて，切削速度 100 m/min および 200 m/min で旋削加工する場合の工具寿命をそれぞれ求めよ．

(c) (b)の工具により，切込み深さ 5 mm，送り速度 0.4 mm/rev の切削条件で旋削加工を行う場合に，工具寿命に至るまでに加工できる総除去体積を切削速度 100 m/min と 200 m/min とで比較せよ．

2020（R2）年度　⑤生産工学　問題

【1】（1）〈2 次元切削モデル〉

（1）2 次元切削理論に関する以下の問いに答えよ。図 1-1 に 2 次元切削モデルを示す。

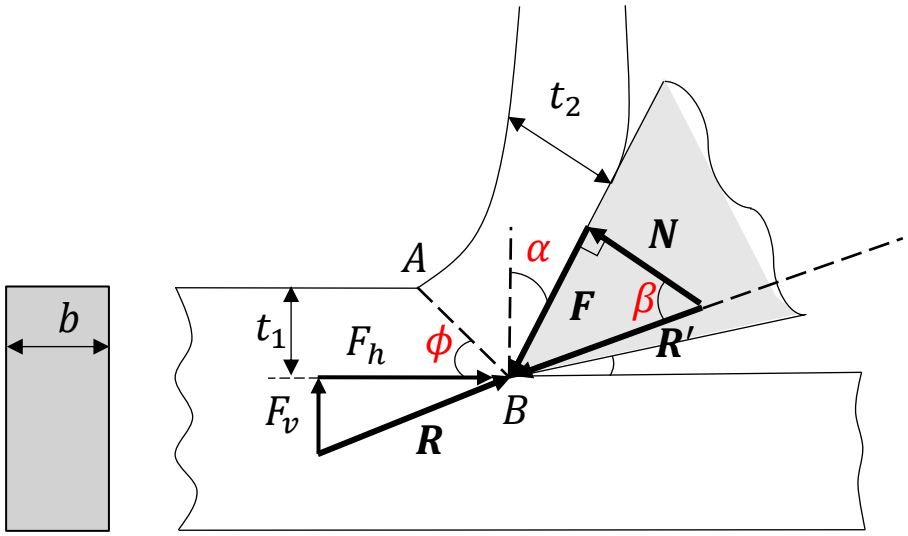


図 1　2 次元切削モデルと 2 次元切削における力のつり合い

(a) すくい角 α, 摩擦角 β, せん断角 ϕ と切削力の大小関係を示せ。

① すくい角 α が大きいほど、切削力は（1．大きい，　2．小さい）

2．小さい

② 摩擦角 β が大きいほど、切削力は（1．大きい，　2．小さい）

1．大きい

③ せん断角 ϕ が大きいほど、切削力は（1．大きい，　2．小さい）

2．小さい

(b) 摩擦角 β は何を示すパラメータか簡潔に説明せよ。

摩擦角 β は、すくい面の**摩擦係数**を示すパラメータである。

(c) 冷却、潤滑、切りくず排出を目的として加工中に切削液（クーラント）を供給するが、切削液の供給によって、すくい角 α, 摩擦角 β, せん断角 ϕ がどのように変化するかを理由とともに簡潔に説明せよ。変化しない場合もその理由を示せ。

切削液によって、切削抵抗が小さくなり、切りくず厚さが薄くなることに伴って、

すくい角 α は変化しない。（工具の傾きはこちらで決めるものだから）

摩擦角 β は小さくなる。（摩擦係数が小さくなるから）

せん断角 ϕ は大きくなる。（切削理論より、せん断角と摩擦角は負の相関があるから）

【1】（2）〈工具寿命〉

（a）工具の寿命方程式 $VT^n = C$ の呼び名（この関係を見出した人物の名前）を答えよ。
ここで、V は切削速度 [m/min], T は工具寿命 [min], n, C は工具の切削速度と工具寿命の関係から実験的に決まる定数である。

Taylor の寿命方程式

（b）寿命方程式 $VT^{0.5} = 1000$ の工具を用いて、切削速度 100 [m/min], および 200 [m/min] で旋削加工する場合の工具寿命をそれぞれ求めよ。

$$VT^{0.5} = 1000$$

$$T^{0.5} = \frac{1000}{V}$$

$$\therefore T = \left(\frac{1000}{V}\right)^2$$

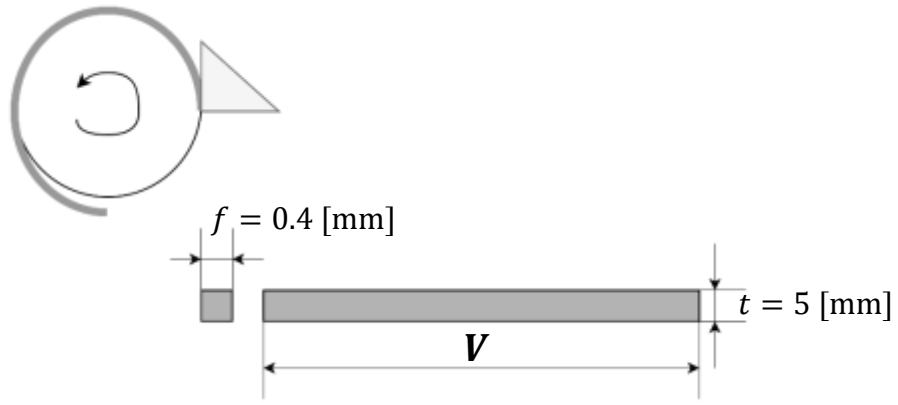
・切削速度 100 [m/min] での工具寿命 T_{100}

$$T_{100} = \left(\frac{1000}{100}\right)^2 = 100 \text{ [min]}$$

・切削速度 200 [m/min] での工具寿命 T_{200}

$$T_{200} = \left(\frac{1000}{200}\right)^2 = 25 \text{ [min]}$$

（c）（b）の工具により、切込み深さ 5 [mm], 送り速度 0.4 [mm/rev] の切削条件で旋削加工を行う場合に、工具寿命に至るまでに加工できる総除去体積を切削速度 100 [m/min] と 200 [m/min] とで比較せよ。



工具寿命 T に至るまでに加工できる総除去体積 v は、

切込み深さ t, 送り速度 f, 切削速度 V の定義より、次式で求められる。

$$t \times V \cdot T \times f$$

（b）の結果を用いる。

・切削速度 100 [m/min] での工具寿命に至るまでに加工できる総除去体積 v_{100}

$$v_{100} = 5 \times (100) \cdot (100) \times 0.4$$

・切削速度 200 [m/min] での工具寿命に至るまでに加工できる総除去体積 v_{200}

$$v_{200} = 5 \times (200) \cdot (25) \times 0.4$$

工具寿命 T に至るまでに加工できる総除去体積 v は、

$$v_{100} > v_{200}$$

となり、切削速度 100 [m/min] の場合の方が、総除去体積は大きい。

(3) 特殊加工に関する以下の問いに答えよ．

(a) 特殊加工の 1 つである放電加工の加工原理を説明せよ．

(b) 工具による切削加工と比較して，放電加工の長所を 2 つ挙げよ．

(c) 工具による切削加工と比較して，放電加工の短所を 2 つ挙げよ．

(4) 図 1-2 に示す V ブロックの設計図を見て以下の問いに答えよ．

(a) 材質の FC200 について説明せよ．

(b) 工程の「木･イ･キ･仕」がわかるように V ブロックの加工工程を説明せよ．

(c) V 溝の斜面と V ブロックの底面は，他の面に比べて表面粗さの精度要求が厳しい．その理由を V ブロックの使用方法から説明せよ．

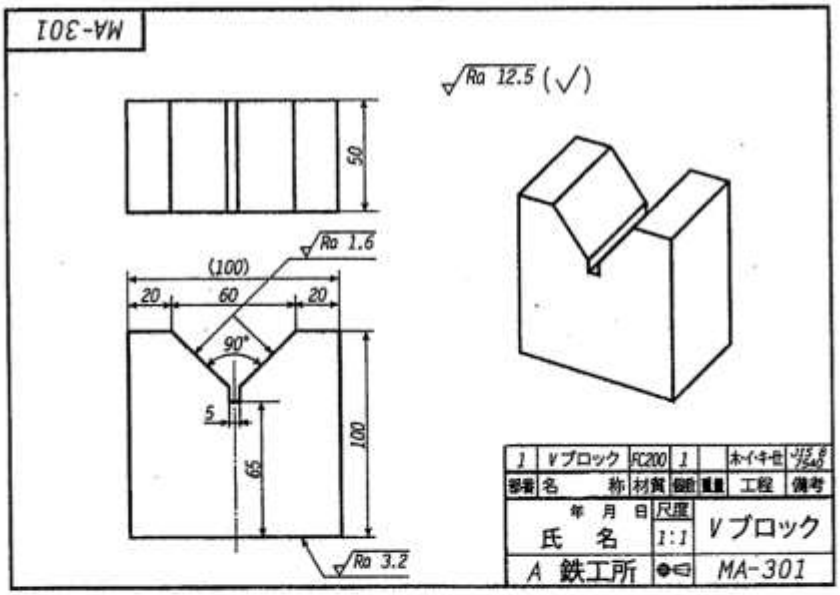


図 1-2　V ブロックの設計図

【1】（3）〈放電加工〉

（a）特殊加工の 1 つである放電加工の加工原理を説明せよ。
電極（加工）と加工物を加工液（絶縁液）中で放電させて、放電電流で局部的に加熱、溶熱、蒸発させ、放電による加工液の気化を伴う衝撃的圧力で溶融部分を除去する加工法。(EDM)
（b）工具による切削加工と比較して、放電加工の長所を 2 つ挙げよ。
・機械加工では加工が難しい形状が加工できる。 ・機械加工では加工が難しい硬い材料が加工できる。
（c）工具による切削加工と比較して、放電加工の短所を 2 つ挙げよ。
・加工時間を要する。・・・コストアップ ・導電性の材料でなければ加工できない。

【1】（4）〈V ブロックの設計図〉

（a）材質の F200 について説明せよ。
FC 材は、「ねずみ鋳鉄品」に規定されている鋼材で、引張強さと硬さが規定されており、FC の後ろに付く数字は引張強さの下限値を示す。F は鉄（Fe）の F、C は鋳造、鋳物を指す英語の Casting の C となっていて、FC100～FC350 の 6 鋼種がある。
（b）工程の「木・イ・キ・仕」がわかるように V ブロックの加工工程を説明せよ。
・木「木型」… 木型の製造 ・イ「鋳物」… 鋳造の工程（今回は木型） ・キ「機械加工」… 機械加工 ・仕「仕上げ」… 仕上げ（手仕上げ） これらの表記は、特に JIS で規定されておらず、慣例的に使われているものである。
（c）V 溝の斜面と V ブロックの底面は、他の面に比べて表面粗さの精度要求が厳しい。 その理由を V ブロックの使用法から説明せよ。
V ブロック（薬研台）は角度設定の治具として利用されるため、高精度が担保される。

2020（R2）年度【1】講評

（1）機械工学実験でもお馴染みの 2 次元切削モデルについての問いである。 （2）（1）同様に、製造プロセス工学Ⅰの範囲からの出題である。Taylor の寿命方程式。 （3）製造プロセス工学Ⅰの範囲からの出題。放電加工。 （4）材料・製図法の基本的な知識。あと、V ブロック知ってる？という感じ。知らん。

2020 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：生産工学･制御工学　[3/4]

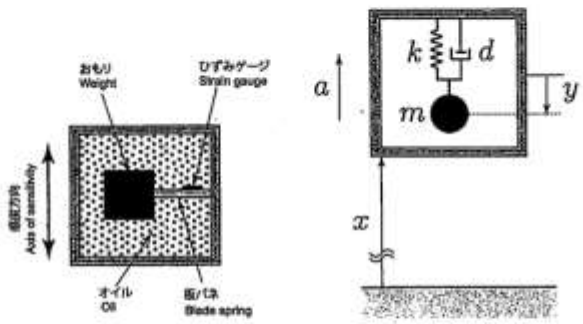
(問題 [1], [2] は別々の答案用紙に解答すること．)

[2] 以下の問い (1), (2) に答えよ．

(1) 図 2-1(a) は，ひずみゲージ式加速度変換器 (以下，加速度計) の構造を示したものである．この加速度計の感度方向に加速度が加わると，おもりに働く慣性力によって板バネが変形し，その変形に伴う歪を歪ゲージで検出することで加速度が計測できる．加速度計内部は，おもりの振動を抑制するために油で満たされている．図 2-1(b) は，この加速度計の力学モデルであり，質量 m のおもりが板バネに相当するバネ定数 k のバネと，内部に満たされたオイルに相当する粘性係数 d のダンパで変換器筐体に吊るされている．図に示すように，筐体から見たおもりの変位を y（バネの自然長を原点とし，下向きを正）とし，この変位 y に相当する電気信号をある増幅器によって K 倍に増幅して電圧 V (すなわち $V = Ky$) とし，この電圧 V をこの加速度計の出力とする．また，ある基準位置からのこの加速度計の筐体の変位を x（上向きを正）とする．以下の小問に答えよ．

(a) この加速度計に，図 2-1(b) に示すように加速度 $a(= \ddot{x})$ が加えられたとする．このとき，加速度 a から加速度計の出力 V までの伝達関数を求めよ．ただし，ここでは重力は作用しないものとする．

(b) $m = 0.001$[kg], $d = 0.2$[Ns/m], $k = 40$[N/m], $K = 40000$[V/m] としたとき，加速度計に $x = 0.005\sin(200t)$[m] の強制変位（ただし t は時刻 [s]）を加えたときの，加速度計の出力 V[V] の定常応答を示せ．ただし，ここでは重力が下向きに作用するものとし，重力加速度は 9.8[m/s^2] とする．



(a) 構造図　　(b) 力学モデル

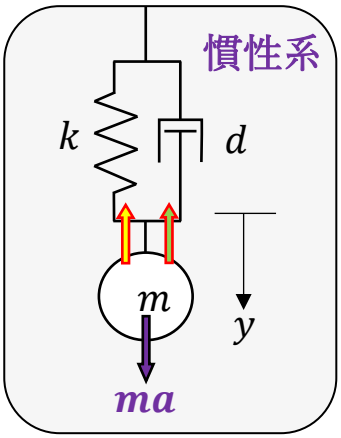
図 2-1: 加速度計

2020（R2）年度　⑤制御工学　問題

【２】（１）問題〈加速度計〉

（a）この加速度計に、図 2-1(b)に示すように加速度 $a(=\ddot{x})$ が加えられたとする。
このとき、**加速度 a から加速度計の出力 V までの伝達関数**を求めよ。
ただし、ここでは重力は作用しないものとする。

慣性系（筐体：きょうたい）において、慣性力を ma として、
重力を無視したおもりの運動方程式は、



$$m\ddot{y} + d\dot{y} + ky = ma$$

ここで、

$$y = \frac{V}{K}$$

を代入する。

$$\frac{1}{K}\left(m\ddot{V} + d\dot{V} + kV\right) = ma$$

出力 $V(t)$ と入力 $a(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $V(s), a(s)$ とし、
初期値 0 のもとで運動方程式をラプラス変換すると、

$$ms^2V(\mathrm{s}) + dsV(\mathrm{s}) + kV(\mathrm{s}) = mKa(\mathrm{s})$$

$$(ms^2 + ds + k)\cdot V(\mathrm{s}) = mKa(\mathrm{s})$$

よって、伝達関数 $G(s)$ は、

$$\therefore G(s) = \frac{V(\mathrm{s})}{a(\mathrm{s})} = \frac{mK}{ms^2 + ds + k}$$

（b）$m = 0.001$ [kg], $d = 0.2$ [Ns/m], $k = 40$ [N/m], $K = 40000$ [V/m] としたとき、
加速度計に $x = 0.005\sin(200t)$ [m] の強制変位（ただし t が時刻 [s]）を加えたときの、
加速度計の出力 V [V] の定常応答を示せ。
ただし、ここでは**重力が下向きに作用**するものとし、重力加速度は 9.8 [m/s^2] とする。

重力を考慮したおもりの運動方程式は、

$$m\ddot{y} + d\dot{y} + ky = ma + mg$$

→ 入力 a と入力 g に対する出力の定常応答をそれぞれ求めて、重ね合わせする。

$G(s)$ が安定なとき、入力 $\sin\omega t$ に対する出力 V の定常応答 $\tilde{V}(t)$ は、次式で表される。

$$\tilde{V}(t) = |G(j\omega)|\sin\big(\omega t + \angle G(j\omega)\big)$$

$G(s)$ の周波数伝達関数 $G(j\omega)$ は、

$$G(j\omega) = \frac{mK}{m(j\omega)^2 + d(j\omega) + k}$$

入力 a に対する出力の定常応答

ここで注意したいのは（１）で求めた伝達関数は、

加速度 a から加速度計の出力 V までの伝達関数 $G(s)$ であること。

そのため、まず、加速度 a を求める。

$$x = 0.005\sin(200t)$$

に対して、加速度 a は変位 x の 2 階微分で求められる。

$$\therefore a = \ddot{x} = -200\sin(200t)$$

これが入力である。

$\omega = 200$ に対して、

$$G(j\cdot 200) = \frac{m\cdot K}{m(200j)^2 + d(200j) + k}$$

$m = 0.001$ [kg], $d = 0.2$ [Ns/m], $k = 40$ [N/m], $K = 40000$ [V/m] を代入すると、

$$G(j\cdot 200) = \frac{(0.001)\cdot(40000)}{0.001(200j)^2 + 0.2(200j) + 40}$$

$$= \frac{40}{-40 + 40j + 40}$$

$$\therefore G(j\cdot 200)=\frac{1}{j}$$

よって、

$$\therefore \begin{cases} |G(j\cdot 200)|=1 \\ \angle G(j\cdot 200)=-\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$$

となるので、入力 a に対する出力 V の定常応答 $\tilde{V}(t)$ は、

$$\therefore \tilde{V}(t)=-200\cdot 1\sin\left(200t-\frac{\pi}{2}\right)=-200\sin\left(200t-\frac{\pi}{2}\right)$$

入力 g に対する出力の定常応答

$\omega=0$ に対して、

$$G(j\cdot 0)=\frac{mK}{m\cdot 0^2+d\cdot 0+k}=\frac{mK}{k}$$

$m=0.001$ [kg], $k=40$ [N/m], $K=40000$ [V/m] を代入すると、

$$\therefore G(j\cdot 0)=\frac{0.001\cdot 40000}{40}=1$$

よって、

$$\therefore \begin{cases} |G(j\cdot 0)|=1 \\ \angle G(j\cdot 0)=0 \end{cases}$$

となるので、入力 g に対する出力 V の定常応答 $\tilde{V}(t)$ は、

$$\therefore \tilde{V}(t)=1\cdot g=9.8$$

以上より、加速度計の出力 V [V] の定常応答は、重ね合わせの原理より、

$$\therefore \tilde{V}(t)=-200\sin\left(200t-\frac{\pi}{2}\right)+9.8$$

【別解】変位 x から加速度計の出力 V までの伝達関数 $H(s)$ を求める。

（1）より、

$$\frac{1}{K}\left(m\ddot{V}+d\dot{V}+kV\right)=m\ddot{x}$$

出力 $V(t)$ と入力 $x(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $V(s), X(s)$ とし、

初期値 0 のもとで運動方程式をラプラス変換すると、

$$ms^2V(\mathrm{s})+dsV(\mathrm{s})+kV(\mathrm{s})=mKs^2X(\mathrm{s})$$

$$(ms^2+ds+k)\cdot V(\mathrm{s})=mKs^2\cdot X(\mathrm{s})$$

よって、伝達関数 $H(s)$ は、

$$\therefore H(s)=\frac{V(\mathrm{s})}{X(\mathrm{s})}=\frac{mKs^2}{ms^2+ds+k}$$

$H(s)$ が安定なとき、入力 $\sin\omega t$ に対する出力の定常応答 $\tilde{y}(t)$ は、次式で表される。

$$\tilde{y}(t)=|H(j\omega)|\sin\left(\omega t+\angle H(j\omega)\right)$$

$H(s)$ の周波数伝達関数 $H(j\omega)$ は、

$\omega=200$ に対して $m=0.001\,, d=0.2\,, k=40\,,\ K=40000$ を代入すると、

$$H(j\cdot 200)=\frac{40(200j)^2}{0.001(200j)^2+0.2(200j)+40}=\frac{40(200j)^2}{0.2(200j)}=40000j$$

となる。

したがって、

$$\therefore\begin{cases}|H(j\cdot 200)|=40000\\ \angle H(j\cdot 200)=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$$

となるので、入力 a に対する出力 V の定常応答 $\tilde{y}(t)$ は、

$$\therefore \tilde{V}(t)=0.005\cdot 40000\sin\left(200t+\frac{\pi}{2}\right)=200\sin\left(200t+\frac{\pi}{2}\right)$$

これに、入力 g に対する出力の定常応答を重ね合わせればよい。

いい機会なので、三角関数の知識を復習しておこう。

別解の答えと、本解の答えが一致していないじゃないかと疑問に思った人のために。

こういう些細なところが入試の難しいところでもあるんでね。（強調したい）

$$\boldsymbol{\sin\left(\theta-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos\theta,\quad \sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\theta}$$

本解の入力 a に対する出力 V の定常応答 $\tilde{y}(t)$ は、

$$-200\sin\left(200t-\frac{\pi}{2}\right)=200\cos 200t$$

別解の入力 x に対する出力 V の定常応答 $\tilde{y}(t)$ は、

$$200\sin\left(200t+\frac{\pi}{2}\right)=200\cos 200t$$

以上より、余角の公式を用いると、一致することがわかる。

(2) 図 2-2 に示すフィードバック系について考える．制御対象の伝達関数は $\frac{1}{(s+2)(s+3)(s+4)}$ であり，$C(s)$ は制御器の伝達関数である．以下の小問に答えよ．

(a) 単純な比例制御 $C(s) = K$ について考える．ここで $K(> 0)$ はゲイン定数である．このフィードバック系の特性方程式を示せ．

(b) $C(s) = K$ としたフィードバック系が安定となる K の範囲を示せ．

(c) $C(s) = K$ としたフィードバック系の定常位置偏差を K の関数として示し，この系では定常位置偏差 0.04 未満が達成できないことを示せ．

(d) PD 制御器 $C(s) = K + Ds$ を導入した場合について考える．ここで $D(> 0)$ は微分ゲイン定数である．また議論を簡単にするため，ここでは理想的な微分信号が得られるものとする．この系で定常位置偏差 0.04 未満を達成するために必要な最小の比例ゲイン K の値を求めよ．ただし，比例ゲイン K は，$K = 10, 20, 30, \ldots$ のように 10 刻みで変化させることができるものとする．

(e) 小問 (d) において，微分ゲイン D も，$D = 10, 20, 30, \ldots$ のように 10 刻みで変化させることができるものとする．このとき，小問 (d) で求めた比例ゲイン K を持つこのフィードバック系で必要となる最小の微分ゲイン D の値を求めよ．

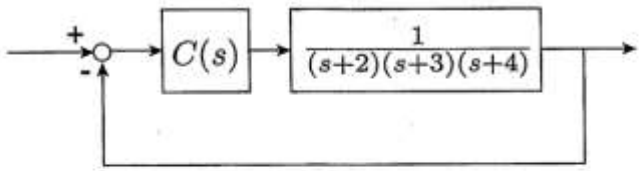
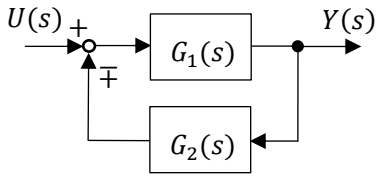


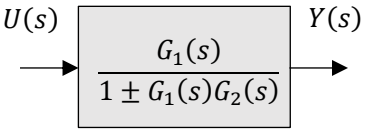
図 2-2: フィードバック制御系

【2】（2）問題〈フィードバック制御系〉

（a）単純な比例制御 $C(s)=K$ について考える。ここで $K(>0)$ はゲイン定数である。
このフィードバック系の特性方程式を示せ。

フィードバック結合





閉ループ伝達関数 $G(s)$

$$\therefore G(s)=\frac{\frac{1}{(s+2)(s+3)(s+4)}\cdot C(s)}{1+\frac{1}{(s+2)(s+3)(s+4)}\cdot C(s)}$$

$$=\frac{C(s)}{(s+2)(s+3)(s+4)+C(s)}$$

$C(s)=K$ を代入して、

$$\therefore G(s)=\frac{K}{(s+2)(s+3)(s+4)+K}$$

$G(s)$ の極 s は、以下の特性方程式を解いて求められる。

$$(s+2)(s+3)(s+4)+K=0$$

$$(s^2+5s+6)(s+4)+K=0$$

$$\therefore s^3+9s^2+26s+24+K=0$$

（b）$C(s)=K$ としたフィードバック系が安定となる K の範囲を示せ。

伝達関数の分母多項式 $D(s)$ は、

$$D(s)=s^3+9s^2+26s+24+K$$

以下、**ラウスの安定判別法**を用いて、安定性の条件を求める。

$$D(s)=s^3+9s^2+26s+24+K$$

ラウス表

s^3	1	26
s^2	9	$24+K$
s^1	R_{31}	0
s^0	R_{41}	0

絶対 0

実は R_{22} になる

$$R_{31}=-\frac{\begin{vmatrix}R_{11} & R_{12}\\ R_{21} & R_{22}\end{vmatrix}}{R_{21}}=-\frac{\begin{vmatrix}1 & 26\\ 9 & 24+K\end{vmatrix}}{9},\quad R_{32}=-\frac{\begin{vmatrix}R_{11} & R_{13}\\ R_{21} & R_{23}\end{vmatrix}}{R_{21}}=-\frac{\begin{vmatrix}1 & 0\\ 9 & 0\end{vmatrix}}{9}$$

$$R_{41}=-\frac{\begin{vmatrix}R_{21} & R_{22}\\ R_{31} & R_{32}\end{vmatrix}}{R_{31}}=-\frac{\begin{vmatrix}9 & 24+K\\ R_{31} & 0\end{vmatrix}}{R_{31}},\quad R_{42}=-\frac{\begin{vmatrix}R_{21} & R_{23}\\ R_{31} & R_{33}\end{vmatrix}}{R_{31}}=-\frac{\begin{vmatrix}9 & 0\\ R_{31} & 0\end{vmatrix}}{R_{31}}$$

安定性の必要十分条件は、$D(s)=0$ のすべての根の実部が負であることである。

そして、$D(s)=0$ のすべての根の実部が負であることの必要十分条件が、

条件① ラウス数列がすべて正　かつ　条件② すべての係数が正

を満たすことである。

条件①を考える。

$$R_{31}=-\frac{\begin{vmatrix}1 & 26\\ 9 & 24+K\end{vmatrix}}{9}=-\frac{1}{9}(24+K-9\cdot 26)$$

$$R_{41}=-\frac{\begin{vmatrix}9 & 24+K\\ R_{31} & 0\end{vmatrix}}{R_{31}}=-\frac{1}{R_{31}}\cdot -(24+K)\cdot R_{31}=24+K\ (=R_{22})$$

よって、次式を解けばよい。

$$\begin{cases}-\frac{1}{9}(24+K-9\cdot 26)>0\\ 24+K>0\end{cases}$$

したがって、フィードバック系が安定となる $K(>0)$ の範囲は、

$$\therefore 0<K<210$$

今回、条件②は条件①に含まれているので、これが答えとなる。

【別解】フルビッツの安定判別法を用いて、安定性の条件を求める。

$$D(s) = s^3 + 9s^2 + 26s + 24 + K$$

の係数から次の行列を作る。

$$H = \begin{bmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 24+K & 0 \\ 1 & 26 & 0 \\ 0 & 9 & 24+K \end{bmatrix}$$

そして、H の $i \times i$ 主座小行列式（左上隅の $i \times i$ 小行列の行列式）を H_i とし、$H_1, \cdots, H_n$ を計算する。すなわち、

$$H_1 = a_2, \quad H_2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}, \quad H_3 = \begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} \ (= a_0 H_2)$$

これらのフルビッツ行列式とよばれる小行列式を計算する。

$\underline{a_n > 0 \text{ のとき}}$、システムが安定であるための必要十分条件は、

$$\boxed{H_1, \cdots, H_n \text{ がすべて正であること}}$$

である。

$$H_1 = a_2 = 9 > 0$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 9 & 24+K \\ 1 & 26 \end{vmatrix} = 9 \cdot 26 - (24+K)$$

$$H_3 = \begin{vmatrix} 9 & 24+K & 0 \\ 1 & 26 & 0 \\ 0 & 9 & 24+K \end{vmatrix} = 9 \cdot 26 \cdot (24+K) - 1 \cdot (24+K)^2$$

$$= \{9 \cdot 26 - (24+K)\} \cdot (24+K) \quad (= a_0 H_2)$$

よって、次式を解けばよい。

$$9 \cdot 26 - (24+K) > 0$$

したがって、フィードバック系が安定となる $K(>0)$ の範囲は、

$$\therefore 0 < K < 210$$

（別解終わり）

（c）$C(s)=K$ としたフィードバック系の定常位置偏差を K の関数として示し、
この系では定常位置偏差 0.04 未満が達成できないことを示せ。

定常位置偏差 e_s は、目標値 $\boldsymbol{r(t)=1}$ に対する定常偏差といい、以下の式で求められる。

$$e_s=\lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+L(s)}\frac{1}{s}=\frac{1}{1+\lim_{s\to 0}L(s)}$$

まず、一巡伝達関数 $L(s)$ は、

$$L(s)=\frac{1}{(s+2)(s+3)(s+4)}\cdot K$$

$$K_p=\lim_{s\to 0}L(s)=\frac{K}{24}$$

よって、定常位置偏差 e_s は、

$$\therefore e_s=\frac{1}{1+\frac{K}{24}}=\frac{24}{24+K}$$

（5）の結果より、フィードバック系が安定となる K の範囲は、$0<K<210$ ゆえ、
定常位置偏差 e_s の取り得る範囲は、

$$\frac{24}{24+(210)}<e_s<\frac{24}{24+5\cdot(0)}$$

$$\therefore \frac{4}{39}<e_s<1$$

したがって、

$$0.04<0.1<\frac{4}{39}$$

ゆえに、この系では定常位置偏差 0.04 未満が達成できない。

（d）PD 制御器 $C(s) = K + Ds$ を導入した場合について考える。
ここで $D(> 0)$ は微分ゲイン定数である。また議論を簡単にするため、
ここでは理想的な微分信号が得られるものとする。この系で定常位置偏差 0.04 未満を達成するために必要な最小の比例ゲイン K の値を求めよ。ただし、比例ゲイン K は、$K = 10, 20, 30, \ldots$ のように 10 刻みで変化させることができるものとする。

PD 制御器を導入すると、一巡伝達関数 $L'(s)$ は、

$$L'(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)(s+4)} \cdot (K + Ds)$$

定常位置偏差 e_s' は、目標値 $\boldsymbol{r(t) = 1}$ に対する定常偏差といい、以下の式で求められる。

$$e_s' = \lim_{s \to 0} s \frac{1}{1 + L'(s)} \frac{1}{s} = \frac{1}{1 + \lim_{s \to 0} L'(s)}$$

$$K_p' = \lim_{s \to 0} L'(s) = \frac{K}{24}$$

よって、定常位置偏差 e_s' は、

$$\therefore e_s' = \frac{1}{1 + \frac{K}{24}} = \frac{24}{24 + K}$$

定常位置偏差 0.04 未満を達成するために必要な比例ゲイン K の値を求める。

$$e_s' = \frac{24}{24 + K} < \frac{4}{100}$$

$$24 \cdot 100 < 4(24 + K)$$

$$600 < 24 + K$$

$$\therefore 576 < K$$

これを満たす最小の比例ゲイン K の値は、

$$\therefore K = 580$$

（e）小問（d）において、微分ゲイン D も、$D = 10, 20, 30, \ldots$ のように 10 刻みで変化させることができるものとする。このとき、小問（d）で求めた比例ゲイン K を持つこのフィードバック系で必要となる最小の微分ゲイン D の値を求めよ。

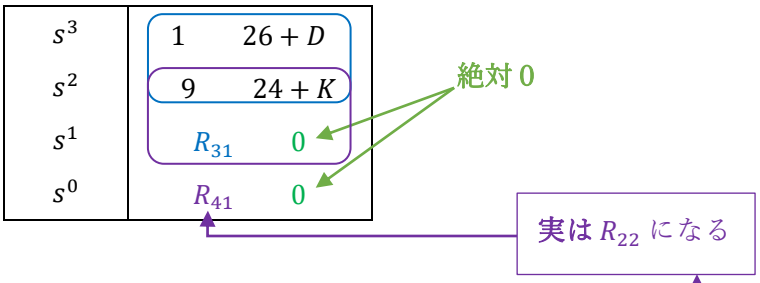
（1）より、$G'(s)$ の極 s は、以下の特性方程式 $D'(s) = 0$ を解いて求められる。

$$(s+2)(s+3)(s+4) + K + Ds = 0$$

$$\therefore s^3 + 9s^2 + (26+D)s + 24 + K = 0$$

以下、**ラウスの安定判別法**を用いて、安定性の条件を求める

ラウス表



$$R_{31} = -\frac{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{12} \\ R_{21} & R_{22} \end{vmatrix}}{R_{21}} = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 26+D \\ 9 & 24+K \end{vmatrix}}{9}, \quad R_{32} = -\frac{\begin{vmatrix} R_{11} & R_{13} \\ R_{21} & R_{23} \end{vmatrix}}{R_{21}} = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 9 & 0 \end{vmatrix}}{9}$$

$$R_{41} = -\frac{\begin{vmatrix} R_{21} & R_{22} \\ R_{31} & R_{32} \end{vmatrix}}{R_{31}} = -\frac{\begin{vmatrix} 9 & 24+K \\ R_{31} & 0 \end{vmatrix}}{R_{31}}, \quad R_{42} = -\frac{\begin{vmatrix} R_{21} & R_{23} \\ R_{31} & R_{33} \end{vmatrix}}{R_{31}} = -\frac{\begin{vmatrix} 9 & 0 \\ R_{31} & 0 \end{vmatrix}}{R_{31}}$$

安定性の必要十分条件は、$D'(s) = 0$ のすべての根の実部が負であることである。

そして、$D'(s) = 0$ のすべての根の実部が負であることの必要十分条件が、

条件① ラウス数列がすべて正　かつ　条件② すべての係数が正

を満たすことである。

今回、条件②は満たされているため、条件①を考える。

$$R_{31} = -\frac{\begin{vmatrix} 1 & 26+D \\ 9 & 24+K \end{vmatrix}}{9} = -\frac{1}{9}\{24 + K - 9 \cdot (26+D)\}$$

$$R_{41} = -\frac{\begin{vmatrix} 9 & 24+K \\ R_{31} & 0 \end{vmatrix}}{R_{31}} = -\frac{1}{R_{31}} \cdot -(24+K) \cdot R_{31} = 24 + K \ (= R_{22})$$

よって、次式を解けばよい。

$$24 + K - 9 \cdot (26 + D) < 0$$

$$\therefore D > \frac{24 + K}{9} - 26$$

小問（d）で求めた比例ゲイン $K = 580$ を代入すると、

$$\therefore D > \frac{24 + 580}{9} - 26 \cong 41$$

したがって、このフィードバック系で必要となる最小の微分ゲイン D の値は、

$$\therefore D = 50$$

フルビッツの安定判別法を用いてもよい。（別解略）

2020（R2）年度【２】略解

（１）	
(a)	$G(s)=\dfrac{mK}{ms^2+ds+k}$
(b)	$\tilde{V}(t)=-200\sin\left(200t-\dfrac{\pi}{2}\right)+9.8$
（２）	
(a)	$s^3+9s^2+26s+24+K=0$
(b)	$0<K<210$
(c)	略
(d)	$K=580$
(e)	$D=50$

2020（R2）年度【２】講評

（１）**最初の運動方程式の立式が一番難しい**といっても過言ではない。
問題文の長さに圧倒されて間違わないようにしたい。重力の考慮に気を付けたい。
周波数応答の知識はしっかりと理解しておく。

（２）定常偏差と安定性の知識が問われている。
フィードバック結合の伝達関数は覚えてしまった方がよい。