2023 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：生産工学･制御工学　[1 / 4]

（問題 [1]，[2] は別々の答案用紙に解答すること．）

[1]　以下の(1)～(3)の問いに答えよ．

(1) 図 1-1 は旋削加工における切削抵抗を示している．切削抵抗に関する以下の問いに答えよ．

(a) 図中の $\boldsymbol{F}$ は切削工具が受ける切削抵抗で，切込み方向 x，切削方向 y，送り方向 z の分力，$\boldsymbol{F}_x$, $\boldsymbol{F}_y$, $\boldsymbol{F}_z$ に分解できる．$\boldsymbol{F}_x$, $\boldsymbol{F}_y$, $\boldsymbol{F}_z$ がそれぞれどのように呼ばれているか示せ．

(b) 切削抵抗 $\boldsymbol{F}$ の大小は，せん断角 ϕ の大小によって左右される．せん断角 ϕ を簡潔に説明して，ϕ が大きい場合に切削抵抗が小さくなることを示せ．

(c) 切削条件（主軸回転数，工具送り速度，切込み）を変えずに切削抵抗 $\boldsymbol{F}$ を小さくするための対策を示せ．

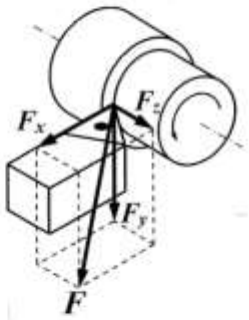


図 1-1　旋削加工における切削抵抗

(2) 切削工具に関する以下の問いに答えよ．

(a) ①から⑤に示す工具材種を，低硬度の材種から高硬度の材種の順に並べよ．
① セラミックス，② 高速度工具鋼，③ CBN，④ ダイヤモンド，⑤ 超硬合金

(b) ④のダイヤモンドは鉄系材料の切削に使用できないという短所がある．その理由を簡潔に説明せよ．

(c) ⑤の超硬合金の工具では，工具性能を向上させるためにコーティングを施すことがある．コーティングを施す理由を簡潔に説明せよ．コーティングされる材料は複数あるが，そのうちの 1 例を挙げよ．

(3) 図 1-2 は回転トルクを伝えるために，歯車やプーリーなどと軸を締結する要素部品を示している．この要素部品に関する以下の問いに答えよ．

(a) 図に示した要素部品Ⓐの名称を示せ．

(b) 要素部品Ⓐの幅を b，高さを h，長さを ℓ とする．直径 d の軸に作用するトルク T と要素部品Ⓐに作用するせん断応力 τ の関係を式で表せ．

(c) 軸の許容せん断応力を τ_d とすると，軸が伝達できるトルク T_d は $T_d = \frac{\pi d^3}{16}\tau_d$ で示される．要素部品Ⓐの許容せん断応力が軸の許容せん断応力 τ_d と等しいとして，軸が伝達できるトルク T_d に等しいトルクが伝達できる要素部品Ⓐの $b\ell$ 値を式で表せ．また，b の一般的な決定方法を説明せよ．

(d) 要素部品Ⓐを挿入するための軸の溝の加工法を示せ．

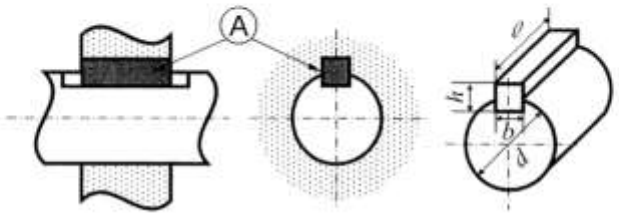


図 1-2　歯車やプーリーなどと軸を締結する要素部品

2023（R5）年度　⑤生産工学　問題

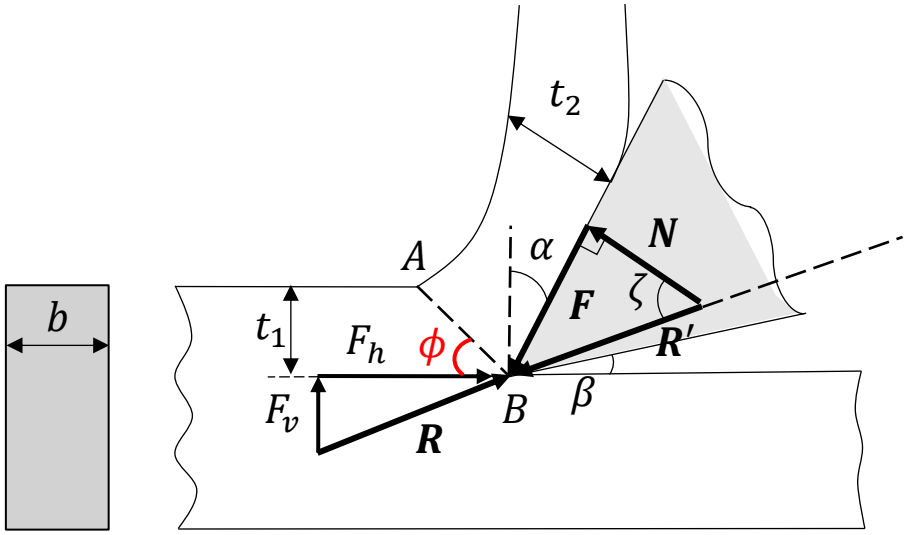
【１】（１）〈旋削加工〉

（１）図 1-1 は旋削加工における切削抵抗を示している。
　　切削抵抗に関する以下の問いに答えよ。

（a）図中の $\boldsymbol{F}$ は切削工具が受ける切削抵抗で、切込み方向 x, 切削方向 y, 送り方向 z の分力 $\boldsymbol{F_x}$, $\boldsymbol{F_y}$, $\boldsymbol{F_z}$ に分解できる。$\boldsymbol{F_x}$, $\boldsymbol{F_y}$, $\boldsymbol{F_z}$ がそれぞれどのように呼ばれているか示せ。

・$\boldsymbol{F_x}$；背分力　・$\boldsymbol{F_y}$；主分力　・$\boldsymbol{F_z}$；送り分力

（b）切削抵抗 $\boldsymbol{F}$ の大小は、せん断角 ϕ の大小によって左右される。
　せん断角 ϕ を簡潔に説明して、ϕ が大きい場合に切削抵抗が小さくなることを示せ。



図：２次元切削モデルと２次元切削における力のつり合い

ここで、図に示した角度の記号は以下の２次元切削における用語である。

α：すくい角　β：逃げ角　**ϕ：せん断角**　ζ：摩擦角

せん断角 ϕ は、切削力の大きさを決定するパラメータである。
せん断角が大きいほど、せん断面面積が小さくなり、より少ない力で切削が行われる。

（c）切削条件（主軸回転数、工具送り速度、切込み）を変えずに
　切削抵抗 $\boldsymbol{F}$ を小さくするための対策を示せ。

切削液（クーラント液）を供給すると、すくい角は大きくなり、摩擦角は小さくなり、せん断角は大きくなる。結果として、切削力（切削抵抗 $\boldsymbol{F}$）は小さくなる。

【1】（2）〈切削工具〉

（2）切削工具に関する以下の問いに答えよ。

(a) ①から⑤に示す工具材種を、低硬度の材種から高硬度の材種の順に並べよ。

① セラミックス　② 高硬度工具鋼　③ CBN　④ ダイヤモンド　⑤ 超硬合金

低硬度の材種から高硬度の材種の順に並べると次のようになる。

② 高硬度工具鋼　⑤ 超硬合金　① セラミックス　③ CBN　④ ダイヤモンド

(b) ④のダイヤモンドは鉄系材料の切削に使用できないという短所がある。
その理由を簡潔に説明せよ。

鉄系材料の切削には、拡散摩耗（接触面による摩耗）が激しく向かない。

(c) ⑤の超硬合金の工具では、工具性能を向上させるためにコーディングを施すことがある。コーディングを施す理由を簡潔に説明せよ。
コーディングされる材料は複数あるが、その 1 例を挙げよ。

超硬合金は、高温硬度がはるかに優れ、耐摩耗性も良いが、やや靭性に劣るため。

例: チタンアルミニウムニトリド（TiAlN）コーティング
チタンとアルミニウム、窒素の元素からなるコーディング。

【1】（3）〈軸の締結〉

（3）図 1-2 は回転トルクを伝えるために、歯車やブーリーなどと軸を締結する要素部品を示している。この要素部品に関する以下の問いに答えよ。

(a) 図に示した要素部品Ⓐの名称を示せ。

キー（key）

(b) 要素部品Ⓐの幅を b, 高さを h, 長さを ℓ とする。直径 d の軸に作用するトルク T と要素部品Ⓐに作用するせん断応力 τ の関係を式で表せ。

キーに作用する力 F は、

$$F = \frac{2T}{d}$$

よって、せん断応力 τ は、

$$\tau = \frac{F}{b\ell} = \frac{2T}{b\ell d}$$

(c) 軸の許容せん断応力を τ_d とすると、軸が伝達できるトルク T_d は $\frac{\pi d^3}{16}\tau_d$ で示される。
要素部品Ⓐの許容せん断応力が軸の許容せん断応力に等しいとして、軸に伝達できる要素部品Ⓐの $b\ell$ 値を式で表せ。また、b の一般的な決定方法を説明せよ。

$\tau \leq \tau_d$ となるようにキーの寸法を決定する。

$$T_d = \frac{\pi d^3}{16}\tau_d \quad \therefore \tau_d = \frac{16}{\pi d^3}T_d$$

(b) の結果より、要素部品Ⓐの許容せん断応力が軸の許容せん断応力に等しいとして、

$$\frac{2T}{b\ell d} = \frac{16}{\pi d^3}T_d$$

$$\therefore b\ell = \frac{\pi d^2}{8}\frac{T}{T_d}$$

〈b の一般的な決定方法〉

軸径から b を仮決めし、b と h の関係は JIS 標準寸法から、長さ ℓ も仮決めして JIS 標準寸法から選ぶ。そのうえで、キーに作用する応力が許容値以内か確認する。

(d) 要素部品Ⓐを挿入するための軸の溝の加工法を示せ。

エンドミルを用いたフライス加工

2023（R5）年度【1】講評

（1）旋削加工について。お馴染みの 2 次元切削モデル。

（2）工具の硬さについては以下のサイトを参照。

工具材質とは？超硬からハイス・サーメットまで工具材質を解説（monoto.co.jp）

（3）設計工学Ⅰの「軸の締結」の内容。キー溝は 2017 と 2021 にも出題されている。
キーの寸法の決定に関しては「機械設計工学 1」p.120 を参照。

2023 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：生産工学・制御工学　[3 / 4]

(問題 [1], [2] は別々の答案用紙に解答すること．)

[2] 以下の問い (1), (2) に答えよ．

(1) 図 2-1 に示すような，回転軸が軸受けに支えられた円盤を考え，以降「円盤系」と呼ぶ．円盤の回転角を θ[rad]，円盤の軸まわりの慣性モーメントを I[kg·m^2] とし，この軸受けは粘性のある潤滑油で満たされているため軸の回転速度に比例した粘性抵抗が生じ，d[N·m·s] をその粘性係数とする．また円盤の回転軸まわりに加えるトルクを τ[N·m] とする．以下の小問に答えよ．

(a) この円盤系の運動方程式を示せ．また，そこから τ から θ までの伝達関数 $P(s)$ を求めよ．

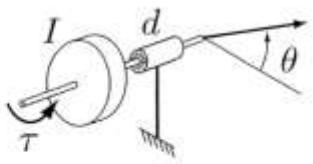


図 2-1　円盤系

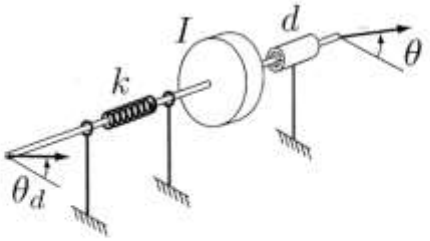


図 2-2　円盤・ばね系

(b) 図 2-2 に示すような，図 2-1 の円盤系に回転ばねを接続した「円盤・ばね系」を考える．回転ばねのねじり剛性は k[N·m/rad] とし，回転ばねの両端はそれぞれ円盤の軸と新たな軸（軸の慣性モーメントは無視できる）とで接続され，それぞれの軸は摩擦の無視できるなめらかな軸受けで支えられているとする．図 2-2 に示すように，軸を介して回転ばねの端点に指令角 θ_d[rad] を与えることができるものとする．この円盤・ばね系の運動方程式を示し，それより θ_d から θ までの伝達関数 $G_0(s)$ を求めよ．

(c) 小問 (b) の円盤・ばね系において $k = 10$[N·m/rad], $d = 3$[N·m·s], $I = 1$[kg·m^2] とする．このとき $G_0(s)$ の周波数応答において位相差が $-\frac{\pi}{4}$[rad] となる角周波数 [rad/s] を求め，その時のゲインを求めよ．

(d) 図 2-3 に示すような，小問 (a) で求めた円盤系の伝達関数 $P(s)$ を制御対象とし，ある適当なコントローラ $C(s)$ を接続したフィードバック系 1 を考える．このフィードバック系 1 の θ_d から θ までの伝達関数 $G(s)$ が，小問 (b) で求めた $G_0(s)$ と一致するような $C(s)$ を示せ．

2023（R5）年度　⑤制御工学　問題

【２】（１）問題〈回転系〉

（a）この円盤系の運動方程式を示せ。また、そこから τ から θ までの伝達関数 $P(s)$ を示せ。

回転体に加わるトルクの合計は $-d\dot{\theta}(t)+\tau(t)$ である。これが $I\ddot{\theta}(t)$ に等しいので、
運動方程式（角運動方程式；回転運動の運動方程式）は、

$$I\ddot{\theta}(t)+d\dot{\theta}(t)=\tau(t)$$

出力 $\theta(t)$ と入力 $\tau(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $\Theta(\mathrm{s}),\mathrm{T}(\mathrm{s})$ とし、
初期値 0 のもとで運動方程式をラプラス変換すると

$$Is^2\Theta(\mathrm{s})+ds\Theta(\mathrm{s})=\mathrm{T}(\mathrm{s})$$

を得る。よって、τ から θ までの伝達関数 $P(s)$ は

$$P(s)=\frac{\Theta(\mathrm{s})}{\mathrm{T}(\mathrm{s})}$$

したがって、

$$\therefore P(s)=\frac{1}{Is^2+ds}$$

（b）図 2-2 に示すように、軸を介して回転ばねの端点に指令角 θ_d [rad] を与えることができるものとする。この円盤・ばね系の運動方程式を示し、それより θ_d から θ までの伝達関数 $G_0(s)$ を求めよ。

運動方程式は、

$$I\ddot{\theta}+d\dot{\theta}+k(\theta-\theta_d)=0$$

出力 $\theta(t)$ と入力 $\theta_d(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $\Theta(\mathrm{s}),\Theta_d(\mathrm{s})$ とし、
初期値 0 のもとで運動方程式をラプラス変換すると

$$Is^2\Theta(\mathrm{s})+ds\Theta(\mathrm{s})+k\Theta(\mathrm{s})=k\Theta_d(\mathrm{s})$$

を得る。よって、θ_d から θ までの伝達関数 $G_0(s)$ は、

$$\therefore G_0(s)=\frac{k}{Is^2+ds+k}$$

（c）小問（b）の円盤・ばね系において $k = 10$ [N·m/rad], $d = 3$ [N·m·s], $I = 1$ [kg·m^2] とする。このとき $G_0(s)$ の周波数応答において位相差が $-\pi/4$ [rad] となる各周波数 [rad/s] を求め、その時のゲインを求めよ。

（b）より、

$$G_0(s) = \frac{k}{Is^2 + ds + k} = \frac{10}{s^2 + 3s + 10}$$

$G_0(s)$ が安定なとき、入力 $\sin \omega t$ に対する出力の定常応答 $\tilde{y}(t)$ は、次式で表される。

$$\tilde{y}(t) = |G_0(j\omega)| \sin\big(\omega t + \angle G_0(j\omega)\big)$$

$G_0(j\omega)$ の周波数伝達関数は

$$G_0(j\omega) = \frac{10}{(j\omega)^2 + 3(j\omega) + 10} = \frac{10}{(-\omega^2 + 10) + j3\omega}$$

$$= \frac{10}{(-\omega^2 + 10)^2 + 9\omega^2}\{(-\omega^2 + 10) - j3\omega\}$$

位相差が $-\pi/4$ となるとき、$\angle G_0(j\omega) = -\pi/4$ となればよいので、
$G_0(j\omega)$ の実部と虚部の大きさが等しくなればよい。

$$(-\omega^2 + 10) = 3\omega \quad \therefore \omega^2 + 3\omega - 10 = 0$$

$$\therefore (\omega - 2)(\omega + 5) = 0$$

$\omega > 0$ より、位相差が $-\pi/4$ [rad] となる各周波数 ω [rad/s] は、

$$\omega = 2 \text{ [rad/s]}$$

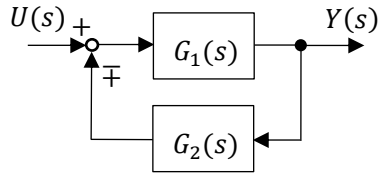
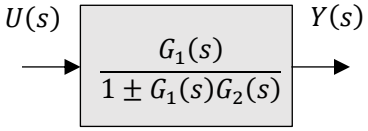
このときのゲインは、$\omega = 2$ に対して

$$G_0(j2) = \frac{10}{(-2^2 + 10) + j3 \cdot 2} = \frac{10}{6(1 + j)}$$

となる。よって、

$$|G_0(j2)| = \frac{5}{3\sqrt{2}} = \frac{5\sqrt{2}}{6}$$

（４）図 2-3 に示すような、小問（a）で求めた円盤系の伝達関数 $P(s)$ を制御対象とし、
ある適当なコントローラ $C(s)$ を接続したフィードバック系１を考える。
このフィードバック系１の θ_d から θ までの伝達関数 $G(s)$ が、
小問（b）で求めた $G_0(s)$ と一致するような $C(s)$ を示せ。

フィードバック結合		

閉ループ伝達関数 $G(s)$

$$G(s) = \frac{P(s) \cdot C(s)}{1 + P(s) \cdot C(s)}$$

（a）（b）の結果より

$$G(s) = \frac{\frac{1}{Is^2 + ds} \cdot C(s)}{1 + \frac{1}{Is^2 + ds} \cdot C(s)} = \frac{C(s)}{Is^2 + ds + C(s)}$$

これが、$G_0(s)$ と一致するので、

$$\frac{C(s)}{Is^2 + ds + C(s)} = \frac{k}{Is^2 + ds + k}$$

よって、

$$C(s) = k$$

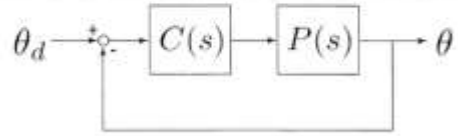


図 2-3　フィードバック系 1

(2)　図 2-4 に示すフィードバック系 2 について，以下の小問に答えよ．

(a)　このフィードバック系 2 の一巡伝達関数 $L(s)$ を求めよ．

(b)　このフィードバック系 2 の定常位置偏差および定常速度偏差を求めよ．

(c)　小問 (a) で求めた一巡伝達関数 $L(s)$ のベクトル軌跡は図 2-5 となる．図 2-5 中に示すように，このベクトル軌跡が実軸と交わる点 P の座標を求めるとともに，このフィードバック系 2 が安定となる K の範囲を求めよ．

(d)　このフィードバック系 2 に，図 2-4 に示すように外乱 d が加わるものとする．この時，このフィードバック系 2 のステップ外乱，ランプ外乱に対する抑制効果を論じよ．

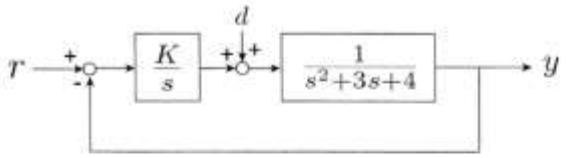


図 2-4　フィードバック系 2

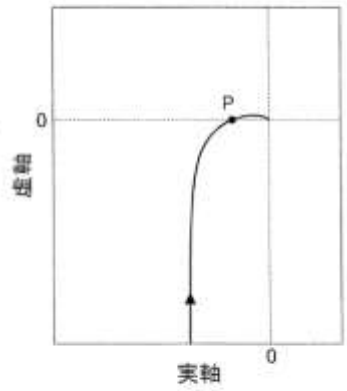


図 2-5　一巡伝達関数 $L(s)$ のベクトル軌跡

【2】（2）問題〈FB 系〉

（a）このフィードバック系 2 の一巡伝達関数 $L(s)$ を求めよ。

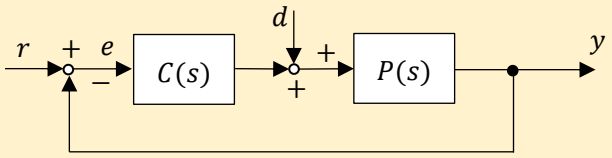


図　外乱が加わるフィードバック制御系

一巡伝達関数 $L(s)$ は次式となる。$L(s)$ は偏差 e から出力 y までの伝達関数 G_{ye} である。

$$L(s) = P(s)C(s) = \frac{K}{s(s^2+3s+4)}$$

（b）このフィードバック系 2 の定常位置偏差および定常速度偏差を求めよ。

定常位置偏差 e_s は、目標値 $r(t) = 1$ に対する定常偏差といい、以下の式で求められる。

$$e_s = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+L(s)}\frac{1}{s} = \frac{1}{1+\lim_{s\to 0} L(s)}$$

$$\therefore e_s = \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+L(s)} = \lim_{s\to 0}\frac{s(s^2+3s+4)}{s(s^2+3s+4)+K} = 0$$

定常速度偏差 e_s は、目標値 $r(t) = t$ に対する定常偏差といい、以下の式で求められる。

$$e_s = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+L(s)}\frac{1}{s^2} = \frac{1}{\lim_{s\to 0} sL(s)}$$

$$K_v = \lim_{s\to 0} sL(s) = \lim_{s\to 0} s\cdot\frac{K}{s(s^2+3s+4)} = \frac{K}{4}$$

$$\therefore e_s = \frac{4}{K}$$

（c）小問（a）で求めた一巡伝達関数 $L(s)$ のベクトル軌跡は図 2-5 となる。
図 2-5 中に示すように、このベクトル軌跡が実軸と交わる点 P の座標を求めるとともに、このフィードバック系 2 が安定となる K の範囲を求めよ。

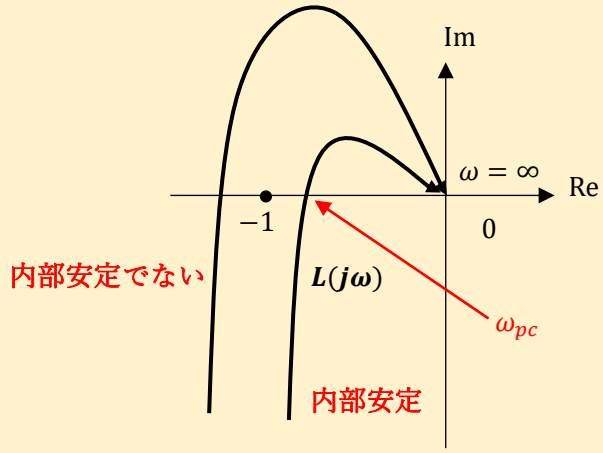


図　フィードバック系 $L(j\omega)$ のベクトル軌跡：ナイキスト線図

〈ナイキストの安定判別法〉

ベクトル軌跡を $\omega = 0$ から ∞ に向かってたどったとき、点 $-1 + j0$ を左側に見るならば、フィードバック制御系は内部安定である。そうでなければ内部安定ではない。

周波数伝達関数 $L(j\omega)$ は、（a）より、

$$L(j\omega) = \frac{K}{j\omega(-\omega^2 + j3\omega + 4)} = \frac{K}{-3\omega^2 + j(-\omega^3 + 4\omega)}$$

ω_{pc} を求めるため、周波数伝達関数 $G(j\omega)$ の虚部が 0 になることを利用する。

$$-\omega_{pc}^3 + 4\omega_{pc} = -\omega_{pc}(\omega_{pc}^2 - 4) = 0 \quad \therefore \omega_{pc}^2 = 4 \ (\because \omega_{pc} \neq 0)$$

このとき、ベクトル軌跡が実軸と交差する点は、

$$L(j\omega_{pc}) = \frac{K}{-3 \cdot 4 + j \cdot 0} = -\frac{K}{12}$$

ナイキスト線図が実軸と交差する点が -1 より大きければよい。安定となる $K(>0)$ の範囲は、次式を解くことで（２）の結果と一致することがわかる。

$$-1 < -\frac{K}{12} < 0, \quad \therefore 0 < K < 12$$

（4）このフィードバック系 2 に、図 2-4 に示すように外乱 d が加わるものとする。この時フィードバック系 2 のステップ外乱、ランプ外乱に対する抑制効果を論じよ。

外乱 d から出力 y までの伝達関数 G_{yd} は次式となる。

$$G_{yd}(s) = \frac{P(s)}{1 + P(s)C(s)}$$

$$\therefore G_{yd}(s) = \frac{\dfrac{1}{s^2 + 3s + 4}}{1 + \dfrac{K}{s(s^2 + 3s + 4)}} = \frac{s}{s(s^2 + 3s + 4) + K}$$

外乱のみの影響を見るために、$r(t) = 0$ の場合の定常偏差 $y(t)$ を考える。

・ステップ外乱 $d(t) = 1$ のとき

$$y(t) = \lim_{s \to 0} sG_{yd}(s) \cdot \frac{1}{s} = \lim_{s \to 0} s \frac{s}{s(s^2 + 3s + 4) + K} \cdot \frac{1}{s} = 0$$

$$\therefore y(t) = 0$$

ステップ外乱が加わった場合には、定常偏差は生じない。

【制御器は 1 型であるので、外乱がない場合は、定常偏差なく追従する。】

・ランプ外乱のとき $d(t) = t$ のとき

$$y(t) = \lim_{s \to 0} sG_{yd}(s) \cdot \frac{1}{s^2} = \lim_{s \to 0} s \frac{s}{s(s^2 + 3s + 4) + K} \cdot \frac{1}{s^2} = \frac{1}{K}$$

$$\therefore y(t) = \frac{1}{K}$$

ランプ外乱が加わった場合には、$1/K$ の定常偏差を生じる。

【制御器は 1 型であるので、外乱がない場合は、$1/K_v$ の定常偏差を生じる。】

2023（R5）年度【２】略解

（１）	
(a)	$I\ddot{\theta}(t) + d\dot{\theta}(t) = \tau(t), \quad P(s) = \dfrac{1}{Is^2 + ds}$
(b)	$I\ddot{\theta} + d\dot{\theta} + k(\theta - \theta_d) = 0, \quad G_0(s) = \dfrac{k}{Is^2 + ds + k}$
(c)	$\omega = 2\ [\mathrm{rad/s}], \quad \lvert G_0(j2)\rvert = \dfrac{5\sqrt{2}}{6}$
(d)	$C(s) = k$
（２）	
(a)	$L(s) = \dfrac{K}{s(s^2 + 3s + 4)}$
(b)	$e_s = 0$（定常位置偏差）, $e_s = \dfrac{4}{K}$（定常速度偏差）
(c)	$L(j\omega_{pc}) = -\dfrac{K}{12}, \quad 0 < K < 12$
(d)	略

2023（R5）年度【２】講評

（１）2019 にも出題された回転系

（a）（b）回転の運動方程式は立式できただろうか。

（c）周波数応答について。（d）フィードバック結合は覚えてしまう。

（２）FB 系

（a）一巡伝達関数を求める問題。（b）定常偏差の知識が問われている。

（c）ナイキストの安定判別法。（d）外乱抑制効果については、外乱の定常偏差を見る。

出題者は非常に手練れており、満遍なく制御工学の知識を問われている。