平成 29 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：熱力学 ［1 / 1］

（問題 [1]，[2]はそれぞれ別々の答案用紙に回答すること．）

[1] 図 1 に示す可動ピストンを有するシリンダ内の閉じた系に対し，次の 3 過程で構成されるサイクルについて，以下の問い(1)から(5)に答えなさい．ここで，温度，容積，および圧力はそれぞれ，T [K]，V [m^3]，および p [Pa]とする．

過程①（状態 0 から状態 1）：可逆断熱圧縮過程
過程②（状態 1 から状態 2）：等温膨張過程
過程③（状態 2 から状態 0）：等積冷却過程



図 1

なお，作動流体は質量 1 kg の理想気体（気体定数 R [J/(kg•K)]，比熱比 κ）とし，状態 0 での温度および容積をそれぞれ T_0 および V_0，過程①での圧縮比を n とする．解答は設問中で定義された変数および記号のみで示すこと．

(1) このサイクルの pV 線図および TS 線図を描きなさい．ここで，S はエントロピーを表す．状態および変化の方向を明記すること．

(2) 可逆断熱過程での温度 T と容積 V の関係式を熱力学第 1 法則から導出しなさい．

(3) このサイクルでの最高圧力を求めなさい．

(4) このサイクルで得られる有効仕事を求めなさい．

(5) このサイクルの熱効率を n および κ のみの関数で表しなさい．

[2] 図 2 のような蒸気タービンにて，過熱蒸気が流量 G [kg/s]で流入し，飽和蒸気となって流出する．このタービンで，定常状態において単位蒸気質量あたり W = 600 kJ/kg の仕事し，平均温度 T_b = 400 K の表面から T_0 = 300 K の周囲環境へ Q_{Loss}[kJ/kg] の放熱がある場合，以下の問い(1)から(5)に答えなさい．なお，蒸気の流入および流出時の状態は，表 1 のとおりである．また，位置エネルギーの変化は無視する．

(1) この系のエネルギー保存式を，設問中で定義された変数および記号を用いて示しなさい．

(2) 表面から周囲環境へ放熱された熱量 Q_{Loss}[kJ/kg]を求めなさい．

(3) 蒸気の流入出により生成された比エントロピー s_{gen} [kJ/(kg•K)] を求めなさい．

(4) 蒸気の流入出による系の比エクセルギー変化 e_{flow}[kJ/kg]を求めなさい．

(5) 放熱 Q_{Loss} の比エクセルギー e_q [kJ/kg] を求めなさい．

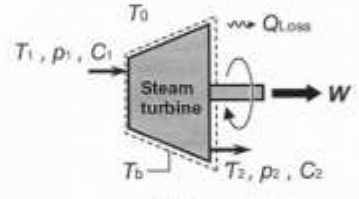


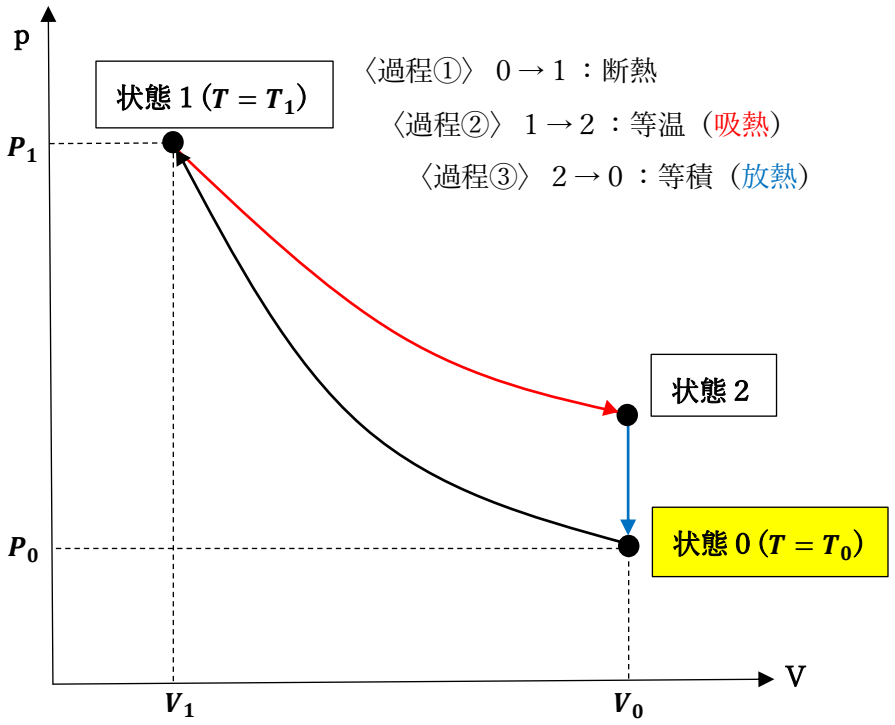
図 2

表 1

変数	1(入口)	2(出口)
温度, T [K]	800	400
圧力, p [MPa]	10	0.2
流速, C [m/s]	120	80
比エンタルピー, h [kJ/kg]	3400	2700
比エントロピー, s [kJ/(kg•K)]	6.9	7.1

2017（H29）年度【1】問題〈ピストン・シリンダ系〉

（1）このサイクルの pV 線図および TS 線図を描きなさい。
ここで、S はエントロピーを表す。状態および変化の方向を明記すること。



	ΔU	W_{out}	Q_{in}
0 → 1 ：断熱	$\Delta U = c_v \Delta T\ (>0)$	$W_{out} = -c_v \Delta T\ (<0)$	0
1 → 2 ：等温	0	$W_{out} = \int pdV\ (>0)$	$Q_{in} = W_{out} (>0)$
2 → 0 ：等積	$\Delta U = c_v \Delta T\ (<0)$	0	$Q_{in} = c_v \Delta T\ (<0)$

・比熱比

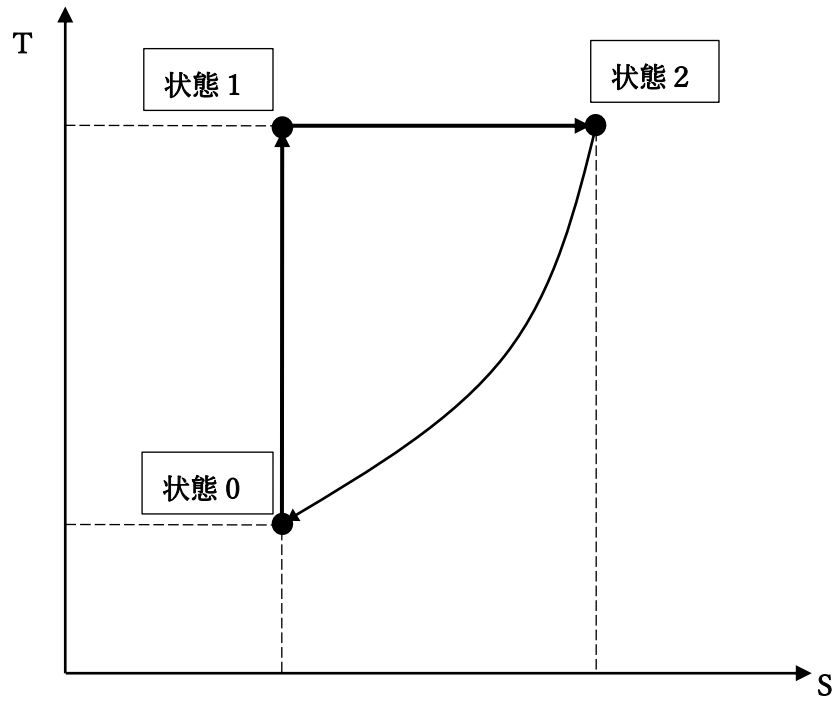
$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

・マイヤーの関係　　$c_p = c_v + R$

以上 2 式より

$$c_v = \frac{R}{\kappa - 1} \qquad c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1} R$$

・TS 線図



（2）可逆断熱過程での温度 T と容積 V の関係式を熱力学第一法則から導出しなさい。

ポアソンの法則を導出する。

熱力学第 1 法則より、

$$du = \delta q - pdV$$

断熱変化（$\delta q = 0$）ゆえ、

$$c_v dT = -pdV \quad (\because du = c_v dT)$$

理想気体の状態方程式を用いて、

$$c_v dT = -\frac{RT}{v} dV \quad (\because pV = RT)$$

変数分離して、積分する。

$$\int \frac{c_v}{T} dT = \int -\frac{R}{V} dV$$

C を積分定数とすると、

$$c_v \ln T + R \ln V = C$$

$$\ln T \cdot V^{\frac{R}{c_v}} = C \quad \therefore T \cdot V^{\frac{R}{c_v}} = e^C = const.$$

マイヤーの関係を用いて、

$$T \cdot V^{\frac{c_p - c_v}{c_v}} = const. \quad (\because c_p - c_v = R)$$

と書ける。

ここで、比熱比 κ の定義は、

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

よって、

$$T \cdot V^{\kappa - 1} = const.$$

（ポアソンの式）

（３）このサイクルでの最高圧力を求めなさい。

（１）の図より、このサイクルでの最高圧力は P_1 である。

ここで、ポアソンの法則より、

$$P \cdot V^{\kappa} = const.$$

よって、以下の関係式が成り立つ。

$$P_0 \cdot {V_0}^{\kappa} = P_1 \cdot {V_1}^{\kappa}$$

$$\therefore P_1 = P_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\kappa}$$

ここで、圧縮比 n の定義は、

$$n = \frac{V_0}{V_1}$$

よって、

$$\therefore P_1 = P_0 \cdot n^{\kappa}$$

ここで、理想気体の状態方程式より、$P_0 V_0 = RT_0$（状態０）

$$\therefore P_0 = \frac{RT_0}{V_0}$$

これを代入すると、最高圧力 P_1 は、

$$\therefore P_1 = \frac{RT_0}{V_0} n^{\kappa} \text{ [Pa]}$$

（4）このサイクルで得られる有効仕事を求めなさい。

このサイクルで得られる有効仕事 W は、

$$W = W_{in} - W_{out}$$

で求められる。

$0 \rightarrow 1$ ：断熱過程での仕事 $W_{01} = c_v \Delta T$

$$W_{01} = -c_v \Delta T = -\frac{R}{\kappa - 1}(T_1 - T_0)$$

ここで（2）で導出したポアソンの法則より、

$$T \cdot V^{\kappa - 1} = const.$$

よって、以下の関係式が成り立つ。

$$T_0 \cdot {V_0}^{\kappa - 1} = T_1 \cdot {V_1}^{\kappa - 1}$$

$$\therefore T_1 = T_0 \left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\kappa - 1} = T_0 \cdot n^{\kappa - 1}$$

したがって、T_1 を代入して、

$$\therefore W_{01} = -\frac{R}{\kappa - 1}(T_0 \cdot n^{\kappa - 1} - T_0) = -\frac{RT_0}{\kappa - 1}(n^{\kappa - 1} - 1)$$

$1 \rightarrow 2$ ：等温過程での仕事 $W_{12} = \int pdV$

$$W_{12} = \int pdV = \int_{V_1}^{V_0} \frac{RT_1}{V} dV = [RT_1 \ln V]_{V_1}^{V_0} = RT_1(\ln V_0 - \ln V_1)$$

よって、圧縮比 n と T_1 を代入して、

$$\therefore W_{12} = RT_0 \cdot n^{\kappa - 1} \ln \frac{V_0}{V_1} = RT_0 \cdot n^{\kappa - 1} \ln n$$

以上より、有効仕事 W は、

$$\therefore W = W_{01} + W_{12}$$

$$\therefore W = -\frac{RT_0}{\kappa - 1}(n^{\kappa - 1} - 1) + RT_0 \cdot n^{\kappa - 1} \ln n \ \text{[J/kg]}$$

（5）この過程の熱効率を n および κ のみの関数で表しなさい。

$$\eta = \frac{W}{Q_{in}}$$

（4）より、

$$Q_{in} = Q_{12} = W_{12} = RT_0 \cdot n^{\kappa-1} \ln n$$

（4）の結果より、

$$\therefore W = -\frac{RT_0}{\kappa - 1}(n^{\kappa-1} - 1) + RT_0 \cdot n^{\kappa-1} \ln n$$

よって、これら 2 式を代入する。

$$\therefore \eta = \frac{-\frac{RT_0}{\kappa - 1}(n^{\kappa-1} - 1) + RT_0 \cdot n^{\kappa-1} \ln n}{RT_0 \cdot n^{\kappa-1} \ln n}$$

$$\therefore \eta = 1 - \frac{n^{\kappa-1} - 1}{(\kappa - 1)n^{\kappa-1} \ln n}$$

2017（H29）年度【1】略解

（1）	略
（2）	$T \cdot V^{\kappa-1} = const.$
（3）	$P_1 = \dfrac{RT_0}{V_0} n^{\kappa}$ [Pa]
（4）	$W = -\dfrac{RT_0}{\kappa - 1}(n^{\kappa-1} - 1) + RT_0 \cdot n^{\kappa-1} \ln n$ [J]
（5）	$\eta = 1 - \dfrac{n^{\kappa-1} - 1}{(\kappa - 1) n^{\kappa-1} \ln n}$

2017（H29）年度【1】講評

計算を丁寧に追っていく、符号のミスに注意する。断熱過程は頻出テーマであるので、ポアソンの法則は暗記は勿論のこと、導出まで出来るように。

熱効率を圧縮比と比熱比で表すまでの流れには慣れておく。

2017（H29）年度【２】問題〈定常流動系〉

（１）この系のエネルギー保存式を、設問中で定義された変数および記号を用いて示せ。

位置エネルギーを考慮しない、定常流動系のエネルギー保存則は次式となる。

$$\Delta K + \Delta H = Q_{in} - L_t$$

ここで、K は運動エネルギー、H はエンタルピー、L_t は工業仕事である。

よって、設問中で定義された変数および記号を用いて書くと、単位に注意して、

$$\left(\frac{1}{2}{C_2}^2 - \frac{1}{2}{C_1}^2\right) \times 10^{-3} + (h_2 - h_1) = -Q_{\mathrm{Loss}} - W \quad [\mathrm{kJ/kg}]$$

（２）表面から周囲環境へ放熱された熱量 Q_{Loss} [kJ/kg] を求めなさい。

（１）より、

$$\therefore Q_{\mathrm{Loss}} = -\left(\frac{1}{2}{C_2}^2 - \frac{1}{2}{C_1}^2\right) \times 10^{-3} - (h_2 - h_1) - W$$

それぞれ与えられた値を代入する。

$$\therefore Q_{\mathrm{Loss}} = -\left(\frac{1}{2} \cdot 6400 - \frac{1}{2} \cdot 14400\right) \times 10^{-3} - (2700 - 3400) - 600$$

$$\therefore Q_{\mathrm{Loss}} = 104 \ [\mathrm{kJ/kg}]$$

（３）蒸気の流入出により生成された比エントロピー s_{gen} [kJ/(kg·K)] を求めなさい。

比エントロピーは次式の関係式を満たす。

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + s_{\mathrm{gen}}$$

$$\int_1^2 \frac{\delta Q}{T} = \frac{-Q_{\mathrm{Loss}}}{T_b}$$

であるので、

$$\therefore s_{\mathrm{gen}} = s_2 - s_1 + \frac{Q_{\mathrm{Loss}}}{T_b} = 7.1 - 6.9 + \frac{104}{400}$$

$$\therefore s_{\mathrm{gen}} = 0.46 \ [\mathrm{kJ/(kg \cdot K)}]$$

（4）蒸気の流入出による系の比エクセルギー変化 e_{flow} [kJ/kg] を求めなさい。

位置エネルギーを考慮しない、定常流動系のエクセルギーは次式となる。

$$E = \Delta K + \Delta H - T_0 \Delta S$$

ここで、K は運動エネルギー、H はエンタルピー、S はエントロピーである。

よって、蒸気の流入出による系の比エクセルギー変化 e_{flow} は、

$$\therefore e_{\mathrm{flow}} = \left(\frac{1}{2}{C_2}^2 - \frac{1}{2}{C_1}^2\right) \times 10^{-3} + (h_2 - h_1) - T_0(s_2 - s_1)$$

それぞれ与えられた値を代入する。

$$\therefore e_{\mathrm{flow}} = \left(\frac{1}{2} \cdot 6400 - \frac{1}{2} \cdot 14400\right) \times 10^{-3} - (2700 - 3400) - 300(7.1 - 6.9)$$

$$\therefore e_{\mathrm{flow}} = -764 \ [\mathrm{kJ/kg}]$$

（5）放熱 Q_{Loss} の比エクセルギー変化 e_{q} [kJ/kg] を求めなさい。

$$e_{\mathrm{q}} = \left(1 - \frac{T_0}{T_b}\right) Q_{\mathrm{Loss}}$$

それぞれ与えられた値を代入する。

$$\therefore e_{\mathrm{q}} = \left(1 - \frac{300}{400}\right) \cdot 104$$

$$\therefore e_{\mathrm{q}} = 26 \ [\mathrm{kJ/kg}]$$

2017（H29）年度【２】略解

（１）	$\left(\frac{1}{2}{C_2}^2-\frac{1}{2}{C_1}^2\right)\times 10^{-3}+(h_2-h_1)=-Q_{\mathrm{Loss}}-W$ [kJ/kg]
（２）	$Q_{\mathrm{Loss}}=104$ [kJ/kg]
（３）	$s_{\mathrm{gen}}=0.46$ [kJ/(kg·K)]
（４）	$e_{\mathrm{flow}}=-764$ [kJ/kg]
（５）	$e_{\mathrm{q}}=26$ [kJ/kg]

2017（H29）年度【２】講評

定常流動系について、基本的な理解ができているか問われている。 エントロピーやエクセルギーの理解が肝要。熱力学Ｉの試験で問われているシチュ。