平成 30 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：熱力学　［1 / 1］

（問題 [1]，[2]はそれぞれ別々の答案用紙に回答すること．）

[1] Fig. 1 のように周囲温度 T_0[K]，周囲圧力 P_0[Pa]中に置かれた断熱剛体壁のシリンダ（断面積 A [m^2]）およびピストン（質量 M [kg]）により体積 V_0 [m^3]，質量 m [kg]，温度 T_0の理想気体（気体定数 R [J/(kg·K)]，定積比熱 C_v [J/(kg·K)]）が閉じ込められている．閉じ込められた気体に熱量 Q [J]を加えたところ，気体は膨張し，ピストンが重力に反して x [m]上昇した．重力加速度を g [m/s^2]，摩擦は無視でき準静的過程であると仮定して，以下の問い(1)から(6)に答えなさい．

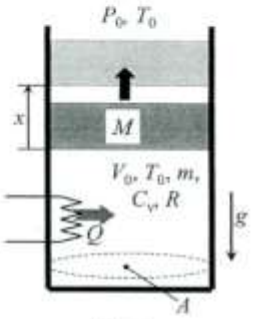


Fig. 1

(1) 閉じ込められた気体の内部エネルギの増加量ΔU [J]を Qおよび気体がなした仕事 W [J]で表しなさい．
(2) 加熱後の温度 T [K]を T_0, Q, W, m, C_vを用いて表しなさい．
(3) Wを P_0, x, A, M, gを用いて表しなさい．
(4) Tを T_0, V_0, x, Aを用いて表しなさい．
(5) xを $Q, P_0, T_0, V_0, m, C_v, A, M, g$を用いて表しなさい．
(6) この過程の熱効率ηを Wと Qを用いずに表しなさい．

[2] 可逆過程で構成されるブレイトンサイクル（Fig. 2）について，以下の問い(1)から(8)に答えなさい．作動流体は，理想気体（気体定数 R [J/(kg·K)]，比熱比 κ）で扱えるとする．状態 1, 2, 3, 4 の温度をそれぞれ T_1, T_2, T_3, T_4 [K]とする．圧縮比を γ，作動流体の流量を m [kg/s]とする．解答は設問中で定義された変数および記号のみで示すこと．

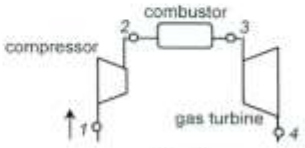


Fig. 2

(1) ブレイトンサイクルの PV線図および TS線図を描きなさい．ここで，Pは圧力[Pa]，Vは体積[m^3]，Sはエントロピー[J/K]を表す．状態および変化の方向を明記すること．
(2) ガスタービン出口温度 T_4をガスタービン入口温度 T_3, γ, κで表しなさい．
(3) ガスタービンの出力仕事 W_T [W] を，$m, T_3, \gamma, R, \kappa$で表しなさい．
(4) 圧縮機での圧縮仕事 W_C [W]，燃焼器での加熱量 Q [W]を各状態での温度や m, R, κで表しなさい．
(5) 熱効率η_Bが κと γの関数で表されることを導出しなさい．
(6) 熱源温度 T_1, T_3 で動作する可逆カルノーサイクルの熱効率η_Cを示し，η_Bとの大小関係とその理由を述べなさい．
(7) ブレイトンサイクルの熱効率向上には，再生器の利用が有効である．再生器を用いたブレイトンサイクルについて Fig. 2 のようなフロー図を描きなさい．
(8) 再生器つきブレイトンサイクルの TS線図を描き，燃焼器での加熱量を TS線図に図示しなさい．

2018（H30）年度【1】問題〈ピストン・シリンダ系〉

（1）閉じ込められた気体の内部エネルギの増加量 ΔU [J] を
Q および気体がなした仕事 W [J] で表しなさい。

熱力学の第 1 法則 $\Delta U = Q_{in} - W_{out}$ より、

$$\Delta U = Q - W \text{ [J]}$$

（2）加熱後の温度 T [K] を、T_0, Q, W, m, C_V を用いて表しなさい。

ΔU を求める。

$$\Delta U = mc_v\Delta T$$

$$\Delta U = mc_V(T - T_0)$$

これを（1）の結果に代入する。

$$mc_V(T - T_0) = Q - W$$

よって、

$$\therefore T = \frac{Q - W}{mc_V} + T_0 \text{ [K]}$$

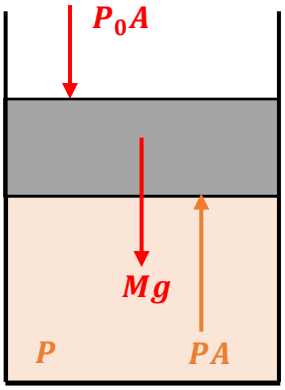
（3）W を $P_0, x, A, M\ g$ を用いて表しなさい。

準静的過程ゆえ、

$$W = P\Delta V$$

ピストンにおける、力のつり合いより、

$$PA = P_0A + Mg \quad \therefore P = P_0 + \frac{Mg}{A}$$



ここで、

$$\Delta V = A \cdot x$$

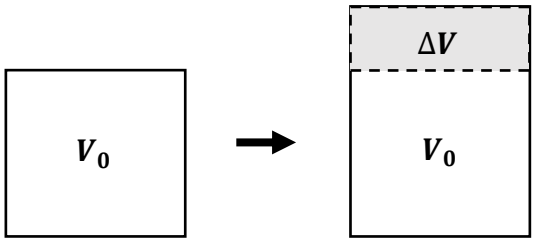
以上より、

$$W = P\Delta V = P(A \cdot x) = \left(P_0 + \frac{Mg}{A}\right)A \cdot x$$

よって、

$$\therefore W = (P_0A + Mg)x \text{ [J]}$$

（4）T を Q, P_0, T_0, V_0, x, A を用いて表しなさい。



変化前後で、圧力 P 一定ゆえ、理想気体の状態方程式より、

$$V \propto T$$

よって、$\Delta V = A \cdot x$ を利用すると、

$$\frac{V_0}{T_0} = \frac{V_0 + Ax}{T}$$

したがって、

$$\therefore T = \frac{V_0 + Ax}{V_0} T_0 \text{ [K]}$$

（5）x を $Q, P_0, T_0, V_0, m, C_V, A, M, g$ を用いて表しなさい。

（2）,（4）の結果より、

$$T = \frac{Q - W}{mc_V} + T_0 = \frac{V_0 + Ax}{V_0} T_0$$

（3）の結果より、$W = (P_0 A + Mg)x$ を上式に代入する。

$$\frac{Q - (P_0 A + Mg)x}{mc_V} + T_0 = \frac{V_0 + Ax}{V_0} T_0$$

両辺に $mc_V V_0$ を乗じる。

$$\{Q - (P_0 A + Mg)x\} V_0 + mc_V V_0 \cdot T_0 = mc_V (V_0 + Ax) T_0$$

両辺 $mc_V V_0 \cdot T_0$ が打ち消し合う。

$$\{QV_0 - V_0(P_0 A + Mg) \cdot x\} = mc_V A T_0 \cdot x \quad \therefore \{mc_V A T_0 + V_0(P_0 A + Mg)\} \cdot x = QV_0$$

よって、

$$\therefore x = \frac{QV_0}{mc_V A T_0 + V_0(P_0 A + Mg)} \text{ [m]}$$

（6）この過程の熱効率 η を W と Q を用いずに表しなさい。

$$\eta = \frac{W}{Q}$$

（3）の結果より、

$$W = (P_0A + Mg)x$$

（5）の結果より、

$$\therefore Q = \frac{mc_VAT_0 + V_0(P_0A + Mg)}{V_0}x$$

よって、これら 2 式を代入する。

$$\eta = \frac{(P_0A + Mg)x}{\frac{mc_VAT_0 + V_0(P_0A + Mg)}{V_0}x}$$

$$\therefore \eta = \frac{(P_0A + Mg)V_0}{mc_VAT_0 + V_0(P_0A + Mg)}$$

2018（H30）年度【1】略解

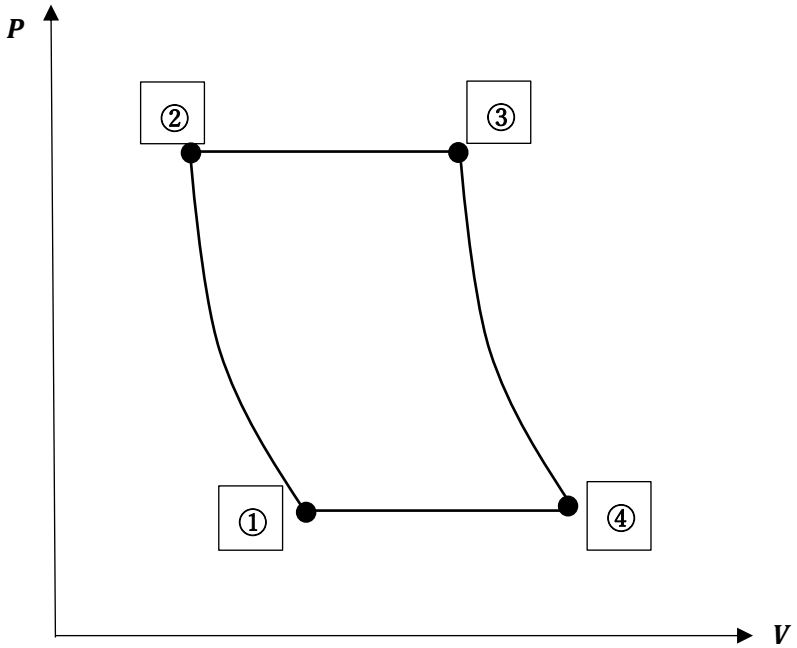
（1）	$\Delta U = Q - W$ [J]
（2）	$T = \dfrac{Q - W}{mc_V} + T_0$ [K]
（3）	$W = (P_0 A + Mg)x$ [J]
（4）	$T = \dfrac{V_0 + Ax}{V_0} T_0$ [K]
（5）	$x = \dfrac{QV_0}{mc_V AT_0 + V_0(P_0 A + Mg)}$ [m]
（6）	$\eta = \dfrac{(P_0 A + Mg)V_0}{mc_V AT_0 + V_0(P_0 A + Mg)}$

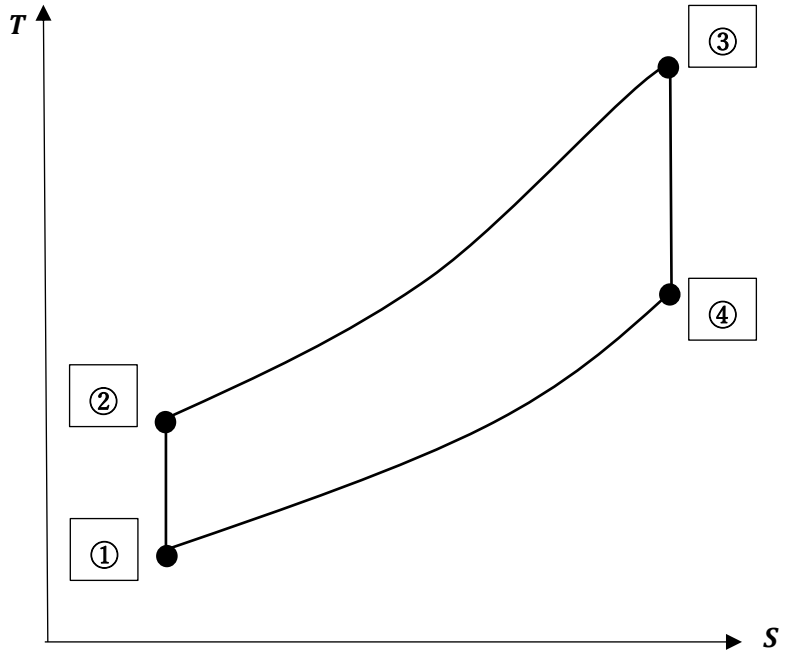
2018（H30）年度【1】講評

高校生でも解ける基本的な問いである。 計算を丁寧に追っていけば、難なく完答できただろう。

2018（H30）年度【2】問題〈ブレイトンサイクル〉

（1）ブレイトンサイクルの PV 線図および TS 線図を描きなさい。
ここで、P は圧力 [Pa],V は体積 [m^3],S はエントロピー [J/K] を表す。
状態および変化の方向を明示すること。





（2）ガスタービン出口温度 T_4 をガスタービン入口温度 T_3, γ, κ で表しなさい。

ポアソンの法則 $PV^\kappa =$（一定）を用いて、T_4 を求める。

$$PV^\kappa = \left(\frac{mRT}{V}\right)V^\kappa = T \cdot V^{\kappa-1} = \text{（一定）}$$

状態 3 と 4 で、

$$T_3 \cdot {V_3}^{\kappa-1} = T_4 \cdot {V_4}^{\kappa-1}$$

$$\therefore T_4 = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^{\kappa-1} T_3$$

圧縮比 γ の定義から、

$$\gamma = \frac{v_4}{v_3}$$

$$\therefore T_4 = \frac{1}{\gamma^{\kappa-1}} T_3 \text{ [K]}$$

（3）ガスタービンでの出力仕事 W_T [W]を、$m, T_3, \gamma, R, \kappa$ で表しなさい。

W_T はタービン（状態 3 → 4）で得られる仕事である。

定常流動系における熱力学の第 1 法則 $\Delta H = Q_{in} - W_{out}$ より、W_{out} を求める。

タービンでは断熱過程ゆえ、$Q_{in} = 0$

よって、$W_{out} = -\Delta H$

$$W_{out} = -\Delta H = -mc_p \Delta T$$

$$\therefore W_T = -mc_p(T_4 - T_3)$$

（2）で求めた T_4 を代入する。

$$\therefore W_t = -mc_p\left(\frac{1}{\gamma^{\kappa-1}} - 1\right)T_3$$

$$c_p = \frac{\kappa}{\kappa - 1}R$$

を代入する。

$$\therefore W_T = m\frac{\kappa}{\kappa - 1}R\left(1 - \frac{1}{\gamma^{\kappa-1}}\right)T_3 \text{ [W]}$$

（４）圧縮機での圧縮仕事 W_C [W], 燃焼器での加熱量 Q [W] を各状態での温度や m, R, κ で表しなさい。

（３）と同様にして、圧縮機での圧縮仕事 W_C は、

$$W_c = +mc_p(T_2 - T_1)$$

$$\therefore W_C = m\frac{\kappa}{\kappa - 1}R(T_2 - T_1)\ [\mathrm{W}]$$

状態２→３の等圧過程において、気体の吸熱量 Q_{in} は、$Q_{in} = mc_p\Delta T$で求められる。

よって、

$$Q = mc_p(T_3 - T_2)$$

$$\therefore Q = m\frac{\kappa}{\kappa - 1}R(T_3 - T_2)\ [\mathrm{W}]$$

（５）熱効率 η_B が κ と γ の関数で表されることを導出しなさい。

$$\eta_{th} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}}$$

このサイクルでは、状態２→３で等圧加熱、状態４→１で等圧冷却している。

気体の吸熱量 Q_{in} は（４）で求めたので、放熱量 Q_{out} を求める。

$Q_{out} = -Q_{in}$ より、

$$\therefore Q_{out} = Q_{41} = mc_p(T_4 - T_1)$$

これらを代入する。

$$\therefore \eta_B = \frac{mc_p(T_3 - T_2) - mc_p(T_4 - T_1)}{mc_p(T_3 - T_2)} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

（２）同様に求めた T_1, T_4 をそれぞれ代入して、

$$\therefore \eta_B = 1 - \frac{\frac{1}{\gamma^{\kappa-1}}T_3 - \frac{1}{\gamma^{\kappa-1}}\cdot T_2}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{\frac{1}{\gamma^{\kappa-1}}(T_3 - T_2)}{T_3 - T_2}$$

$$\therefore \eta_B = 1 - \frac{1}{\gamma^{\kappa-1}}$$

（6）熱源温度 T_1, T_3 で動作する可逆カルノーサイクルの熱効率 η_C を示し、
η_B との大小関係とその理由を述べなさい。

＜カルノーの定理＞より、

$$\therefore \eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_3}$$

大小関係は、カルノーサイクルの理論熱効率は熱機関の中で最高なので、

$$\therefore \eta_C > \eta_B$$

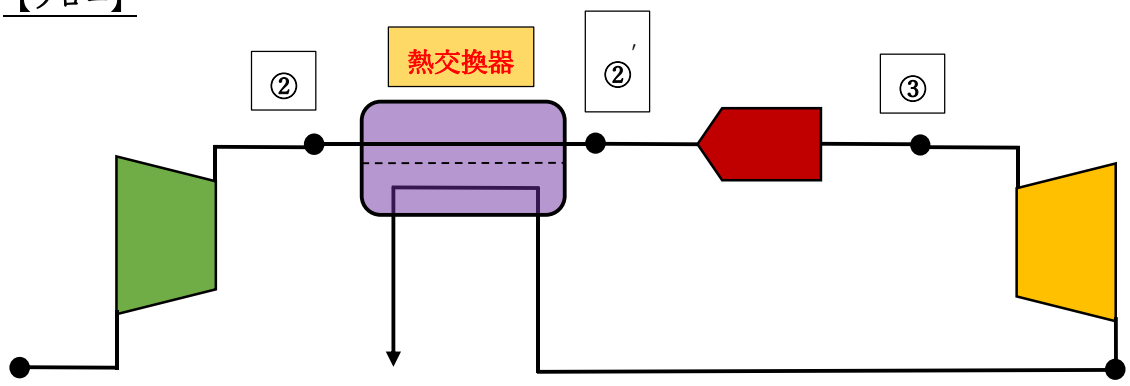
〈TS 線図を用いて理由を説明する。〉

TS 線図における最高点、最低点を通る 2 本の水平線からなるカルノーサイクルを考える。
それぞれの状態変化曲線と横軸との間にはさまれた面積を比較すると、
・カルノーサイクルが高温熱源から与えられる熱量 Q_H^* は、
一般サイクルの受ける熱量 Q_H より明らかに大きく、また、
・カルノーサイクルが低温熱源に放出する熱量 Q_L^* は、
一般サイクルが廃棄する熱量 Q_L より明らかに小さい。よって、

$$\eta_{th} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H} < 1 - \frac{Q_L^*}{Q_H^*} = \eta_{th}(Carnot)$$

（7）ブレイトンサイクルの熱効率向上には、再生器の利用が有効である。
再生器を用いたブレイトンサイクルについて Fig.2 のようなフロー図を描きなさい。

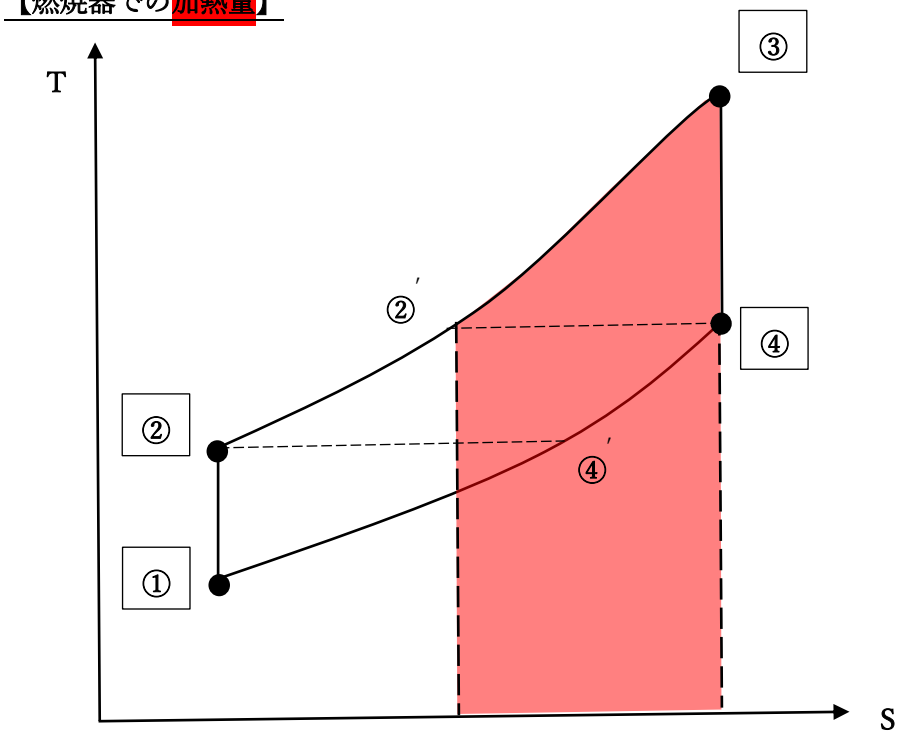
【フロー】



熱交換器（再生器）を導入して、ブレイトン再生サイクルとする。

（8）再生器つきブレイトンサイクルの TS 線図を描き、
燃焼器での加熱量を TS 線図に図示しなさい。

【燃焼器での加熱量】



2018（H30）年度【２】略解

（１）	略
（２）	$T_4 = \frac{1}{\gamma^{\kappa-1}} T_3$ [K]
（３）	$W_T = m\frac{\kappa}{\kappa-1} R\left(1 - \frac{1}{\gamma^{\kappa-1}}\right) T_3$ [W]
（４）	$W_C = m\frac{\kappa}{\kappa-1} R(T_2 - T_1)$ [W] $Q = m\frac{\kappa}{\kappa-1} R(T_3 - T_2)$ [W]
（５）	$\eta_B = 1 - \frac{1}{\gamma^{\kappa-1}}$
（６）	$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_3}, \quad \eta_C > \eta_B$
（７）	略
（８）	略

2018（H30）年度【２】講評

比熱が直接与えられておらず、比熱比、マイヤーの関係を利用する必要があった。

基本的なブレイトンサイクルの問題で、ポアソンの法則から、熱効率を圧縮比と比熱比で表すまでの流れには慣れておきたい。フロー図や加熱量の図示もおさえておきたい。

圧縮比と圧力比を混同しないように！