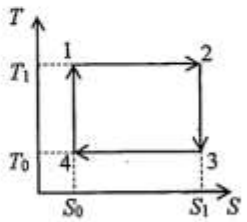
2020 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：熱力学　［1/2］

（問題[1], [2]と問題[3]は別々の答案用紙に解答すること.）

[1] 右図に示す準静的サイクルを行う系に関する以下の設問に答えなさい. ただし, 図中の S はエントロピー ($S_1 > S_0$), T は絶対温度($T_1 > T_0$)であり, サイクルに使用した作動流体の内部エネルギー U は温度のみの関数 $U(T)$である.



(1) 過程 1→2, 過程 2→3, 過程 3→4, 過程 4→1 は各々, 以下(a)～(h)のどの過程か選びなさい.
(a)断熱圧縮, (b)断熱膨張, (c)等圧圧縮, (d)等圧膨張,
(e)等温圧縮, (f)等温膨張, (g)等積昇圧, (h)等積減圧

(2) 過程 1→2 で系が外界とやりとりした熱量 Q_{12} と仕事 W_{12} を求めなさい.なお, 熱及び仕事の出入りの方向も解答すること.

(3) 過程 2→3 での系のヘルムホルツの自由エネルギーの変化量を求めなさい.

(4) 過程 4→1 で系が外界とやりとりした熱量 Q_{41} と仕事 W_{41} を求めなさい.なお, 熱及び仕事の出入りの方向も解答すること.

(5) このサイクルの効率 η を求めなさい.

(6) このサイクルを現実に実現できるか否か, 理由とともに答えよ.

[2] 熱力学の基本法則を用いて以下の設問に答えなさい.

(1) 第 1 種永久機関が不可能なことを証明しなさい.

(2) 熱は自発的には物体の低温部から高温部には移動しないことを証明しなさい.

2020（R2）年度【1】問題〈カルノーサイクル〉

（1）過程1→2、過程2→3、過程3→4、過程4→1は各々、以下（a）～（h）のどの過程か選びなさい。

（a）断熱圧縮（b）断熱膨張（c）等圧圧縮（d）等圧膨張

（e）等温圧縮（f）等温膨張（g）等積昇圧（h）等積減圧

◦温度一定 → 等温過程

◦エントロピー一定 → 断熱過程

・過程1→2 …（f）等温膨張

・過程2→3 …（b）断熱膨張

・過程3→4 …（e）等温圧縮

・過程4→1 …（a）断熱圧縮

（2）過程1→2で系が外界とやりとりした熱量Q_{12}と仕事W_{12}を求めなさい。

なお、熱及び仕事の出入りの方向も解答すること。

温度とエントロピーで書いた線図（$T-S$線図）では、

状態1から2への可逆変化を行う場合、

$$Q_{12}=\int_1^2 TdS$$

は、外部との熱の出入りを表す。T一定ゆえ、$Q_{12}=T_1\Delta S$

$$\therefore Q_{12}=T_1(S_1-S_0)>0$$

この熱量Q_{12}は外部からの吸熱量である。これは、TS線図の長方形の面積に等しい。

熱力学の第1法則$\Delta U=Q_{in}-W_{out}$より、W_{12}を求める。

過程1→2は等温過程ゆえ、$\Delta U=0$ゆえ、$W_{out}=Q_{in}$

$$\therefore W_{12}=Q_{12}=T_1(S_1-S_0)>0$$

この仕事W_{12}は外部へした仕事である。

（3）過程2→3での系のヘルムホルツの自由エネルギーの変化量を求めなさい。

ヘルムホルツの自由エネルギーは、

$$F = U - TS$$

よって、ヘルムホルツの自由エネルギーの変化量ΔFは、S一定ゆえ、

$$\Delta F = \Delta U - S\Delta T$$

となるので、

$$\therefore \Delta F = \{U(T_0) - U(T_1)\} - S_1(T_0 - T_1)$$

（4）過程4→1で系が外界とやりとりした熱量Q_{41}と仕事W_{41}を求めなさい。
なお、熱及び仕事の出入りの方向も解答すること。

過程4→1は断熱過程ゆえ、

$$\therefore Q_{41} = 0$$

熱力学の第1法則$\Delta U = Q_{in} - W_{out}$より、$W_{41}$を求める。

過程4→1は断熱過程ゆえ、$Q_{in} = 0$なので、$W_{out} = -\Delta U$

$$\therefore W_{41} = -\Delta U = -\{U(T_1) - U(T_0)\} < 0$$

この仕事$|W_{41}| = U(T_1) - U(T_0)$は外部からされた仕事である。

（5）このサイクルの効率ηを求めなさい。

熱効率ηは以下のように表される。

$$\eta = \frac{W}{Q_{in}} = \frac{W_{out} - W_{in}}{Q_{in}}$$

$$\eta = \frac{W_{12} + W_{23} + W_{34} + W_{41}}{Q_{12}}$$

（2）（4）で求めた値のほか、必要な値を求めていく。

過程2→3：断熱過程で系が外界とやりとりした熱量Q_{23}と仕事W_{23}を求める。

過程3→4：等温過程で系が外界とやりとりした熱量Q_{41}と仕事W_{41}を求める。

過程 2 → 3 は断熱過程ゆえ、$Q_{23} = 0$

熱力学の第 1 法則 $\Delta U = Q_{in} - W_{out}$ より、W_{23} を求める。

過程 2 → 3 は断熱過程ゆえ、$Q_{in} = 0$ なので、$W_{out} = -\Delta U$

$$\therefore W_{23} = -\Delta U = -\{U(T_0) - U(T_1)\} = U(T_1) - U(T_0) > 0$$

この仕事 W_{23} は外部へした仕事である

過程 3 → 4 は等温過程ゆえ、$Q_{34} = T_0 \Delta S$

$$\therefore Q_{34} = T_0(S_0 - S_1) = -T_0(S_1 - S_0) < 0$$

この熱量 Q_{34} は外部からの放熱量である。

熱力学の第 1 法則 $\Delta U = Q_{in} - W_{out}$ より、W_{34} を求める。

過程 3 → 4 は等温過程ゆえ、$\Delta U = 0$ ゆえ、$W_{out} = Q_{in}$

$$\therefore W_{34} = Q_{34} = -T_0(S_1 - S_0) < 0$$

この仕事 W_{12} は外部からされた仕事である。

したがって、求めた値を代入する。

$$\eta = \frac{T_1(S_1 - S_0) + \{U(T_1) - U(T_0)\} - T_0(S_1 - S_0) - \{U(T_1) - U(T_0)\}}{T_1(S_1 - S_0)} = \frac{T_1 - T_0}{T_1}$$

$$\therefore \eta = 1 - \frac{T_0}{T_1}$$

【別解】熱効率 η は以下のようにも表現できる。

$$\eta = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}} \quad \therefore \eta = 1 - \frac{-Q_{34}}{Q_{12}}$$

（2）（5）で求めた値を代入する。

$$\eta = 1 - \frac{T_0(S_1 - S_0)}{T_1(S_1 - S_0)} = 1 - \frac{T_0}{T_1}$$

＜カルノーの定理＞より、直接上式を求めてもよい。

（別解終わり）

（6）このサイクルを現実に実現できるか否か、理由とともに答えよ。

熱力学で扱うような理想的な**可逆過程**を含むサイクルは思考実験で、再現不可能である。
熱力学第２法則より、現実の過程は、すべからく**不可逆過程**であるからである。
では、本問に対する解答は、上記のことを述べればよいのだろうか。

問題文には、「**準静的**サイクル」という文言が入っている。
準静的過程とは、「常に平衡状態を保つために**とてもゆっくり**変化させる過程」である。

とてもゆっくりとは、
常に熱平衡状態を保ちながら、無限に小さな変化を繰り返すことである。
つまり、

「**準静的過程**」であれば「**可逆過程**」である。

これを以下のように、言い換える。〈対偶〉

「**可逆過程**」でなければ「**準静的過程**」ではない。

したがって、「可逆」「不可逆」に着目して解答しても、論理上は問題ない。
しかし、やや遠回りした答え方になっているので、題意に適さないように思われる。

これを踏まえ、「**準静的**」に着目して解答する。

現実の過程は、動的過程であり、**準静的過程**の実現のためには、無限小の温度差で熱を移動させるために、無限の時間を要することを述べればよい。

また、材料が高温熱源に耐えることができないこと、つまり、断熱性の限界について述べることも考えられる。

2020（R2）年度【1】略解

（1）	・過程 1 → 2 …（f）等温膨張 ・過程 2 → 3 …（b）断熱膨張 ・過程 3 → 4 …（e）等温圧縮 ・過程 4 → 1 …（a）断熱圧縮
（2）	$Q_{12} = T_1(S_1 - S_0)$（吸熱） $W_{12} = T_1(S_1 - S_0)$（外部へした仕事）
（3）	$\Delta F = \{U(T_0) - U(T_1)\} - S_1(T_0 - T_1)$
（4）	$Q_{41} = 0$（断熱） $W_{41} = U(T_1) - U(T_0)$（外部からされた仕事）
（5）	$\eta = 1 - \frac{T_0}{T_1}$
（6）	現実の過程は、動的過程であり、**準静的過程**の実現に際し、 無限小の温度差で熱を移動させることに、無限の時間を要するから。

2020（H31）年度【1】講評

与えられた $T-S$ 線図から**カルノーサイクルであることはすぐ分からなければならない。** $T-S$ 線図で系に出入りした熱を問われると、エントロピーの定義を思い出す必要がある。

しかし、今回は、煩雑な計算を行わず、TS 線図の面積に着目して答える方が賢明。

ヘルムホルツの自由エネルギーに関しても、しっかりと暗記しておく必要がある。

（6）では、思考実験で再現不可能な理論的なサイクルについて、実現の可否を述べる際は、「準静的過程＝可逆過程」と考えて、差し支えないように思われるが題意から判断したい。

2020（R2）年度【２】問題〈熱力学の基本法則〉

【２】熱力学の基本法則を用いて以下の設問に答えなさい。
（１）第１種永久機関が不可能なことを証明しなさい。
第１種永久機関は、外部からエネルギーを補給せずに仕事をし続ける機関である。 これは、熱力学第１法則、つまり、エネルギー保存の法則に反するから。
（２）熱は自発的には物体の低温部から高温部には移動しないことを証明しなさい。
熱力学第２法則、つまり、変化の方向性を示す法則に反するから。 題は、熱力学第２法則における、クラウジウスの表現そのものである。

2020（R2）年度【２】略解

（１）	第１種永久機関は、外部からエネルギーを補給せずに仕事をし続ける機関である。 これは、熱力学第１法則、つまり、エネルギー保存の法則に反するから。
（２）	熱力学第２法則、つまり、変化の方向性を示す法則に反するから。 本題は、熱力学第２法則における、クラウジウスの表現そのものである。

2020 年度【２】講評

熱力学の基本法則の確認問題である。数式を用いて証明しようとすると、やや冗長に感じられるので、解答例では簡潔に示した。法則や定理の文言はしっかりと暗記しておく必要がある。では、熱力学第０法則や第３法則を君は説明できるだろうか。

2020 年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：熱力学　［2/2］

（問題[1], [2]と問題[3]は別々の答案用紙に解答すること.）

[3] 高温・高圧（圧力 P_1，温度 T_1）の単位質量の理想気体（気体定数 R，比熱比κ）を環境（圧力 P_0，温度 T_0）において，圧力 P_0まで可逆断熱膨張させる過程を考える．使用する系は，閉じた系もしくは定常流動系とする．以下の問いに答えなさい．

(1) この過程の Pv 線図（ここで，vは比体積である）を描き，閉じた系によって得られる仕事 W_C，定常流動系によって得られる仕事 W_Fを線図上に図示し，それらの違いを説明しなさい．

(2) この過程での気体の圧力 P と比体積 v は " Pv^{κ} =一定 " で表されることを導出しなさい．

(3) 膨張後の気体温度 T_2を与えられた変数で表しなさい．

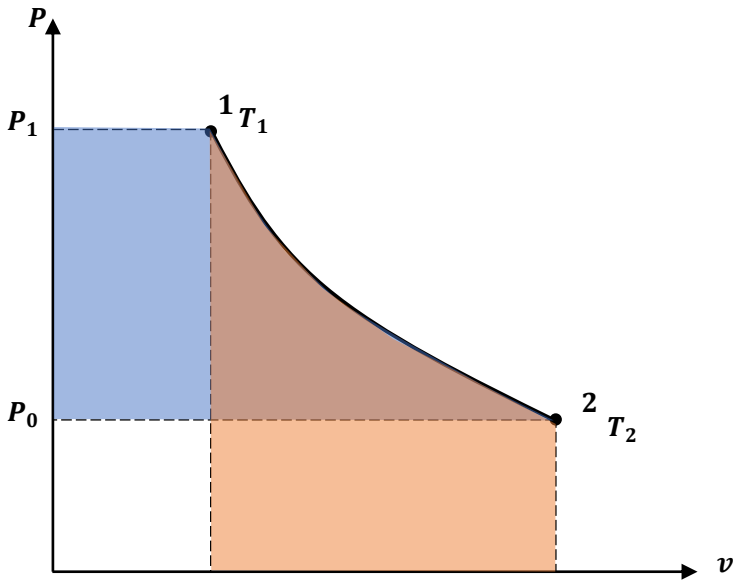
(4) 理想気体の比エンタルピーhが温度の関数で表されることを示しなさい．

(5) 閉じた系および定常流動系でのエネルギー保存の式をそれぞれ示しなさい．ただし，運動エネルギー，位置エネルギーは無視できるとする．

(6) 不可逆断熱過程では，膨張後の気体温度は T_3 となった．可逆過程での膨張後の気体との比エントロピー差Δs を T_2, T_3, R, κ で表しなさい．

2020（R2）年度【3】問題〈可逆断熱膨張〉

（1）この過程の Pv 線図（ここで、v は比体積である）を描き、閉じた系によって得られる仕事 W_C、定常流動系によって得られる仕事 W_F を線図上に図示し、それらの違いを説明しなさい。



・圧力仕事・・・閉じた系が外部にする仕事。絶対仕事ともいう。

・工業仕事・・・開いた系が外部にする、工業的に利用可能な仕事。

（2）この過程での気体の圧力 P と比体積 v は“$Pv^{\kappa}=$一定”で表されることを導出せよ。

ポアソンの法則を導出する。

熱力学第1法則より、

$$du = \delta q - pdv$$

断熱変化（$\delta q = 0$）ゆえ、

$$c_v dT = -pdv \quad (\because du = c_v dT)$$

理想気体の状態方程式を用いて、

$$c_v dT = -\frac{RT}{v} dv \quad (\because pv = RT)$$

と書ける。

変数分離して、積分する。

$$\int \frac{c_v}{T} dT = \int -\frac{R}{v} dv$$

C を積分定数とすると、

$$c_v \ln T + R \ln v = C, \quad \ln T + \frac{R}{c_v} \ln v = C$$

$$\ln T + \ln v^{\frac{R}{c_v}} = C, \quad \ln T \cdot v^{\frac{R}{c_v}} = C$$

$$T \cdot v^{\frac{R}{c_v}} = e^C = const.$$

マイヤーの関係を用いて、

$$T \cdot v^{\frac{c_p - c_v}{c_v}} = const. \quad (\because c_p - c_v = R)$$

と書ける。

ここで、比熱比 κ の定義は、

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$$

よって、

$$T \cdot v^{\kappa - 1} = const.$$

ふたたび、状態方程式を用いる。

$$\frac{Pv}{R} \cdot v^{\kappa - 1} = const.$$

したがって、

$$P \cdot v^{\kappa} = const. \quad \blacksquare$$

（3）膨張後の気体温度 T_2 を与えられた変数で表しなさい。

ポアソンの法則より、

$$P \cdot v^{\kappa} = const.$$

理想気体の状態方程式を用いて、

$$P \cdot \left(\frac{RT}{P}\right)^{\kappa} = const.$$

$$P^{1-\kappa} \cdot T^{\kappa} = const.$$

よって、以下の関係式が成り立つ。

$${P_1}^{1-\kappa} \cdot {T_1}^{\kappa} = {P_0}^{1-\kappa} \cdot {T_2}^{\kappa}$$

$$\therefore {T_2}^{\kappa} = {T_1}^{\kappa} \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{1-\kappa}$$

$$\therefore T_2 = T_1 \left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

（4）理想気体の比エンタルピー h が温度の関数で表されることを表しなさい。

比エンタルピー h の定義は、

$$h = u + pv$$

理想気体では、

$$u = c_v T, \quad pv = RT$$

よって、

$$h = u + pv = c_v T + RT = (c_v + R)T$$

したがって、c_v, R は定数ゆえ、理想気体の比エンタルピー h が温度の関数で表される。

（5）閉じた系および定常流動系でのエネルギー保存の式をそれぞれ示しなさい。
ただし、運動エネルギー、位置エネルギーは無視できるものとする。

閉じた系では、

$$du = \delta q - pdv$$

$$\therefore \Delta U = Q - W$$

ここで、W は絶対仕事（圧力仕事）である。

定常流動系では、

$$dh = \delta q + vdp$$

$$\therefore \Delta H = Q - L_t$$

ここで、L_t は工業仕事である。

（6）不可逆断熱過程では、膨張後の気体温度は T_3 となった。
可逆過程での膨張後の気体との比エントロピー差 Δs を T_2, T_3, R, κ を用いて表せ。

エントロピー変化は次式である。

$$ds = \frac{dq}{T} \quad \therefore \Delta s = \int \frac{dq}{T}$$

熱力学の第 1 法則 $du = dq - pdv$ から、

$$dq = du + pdv$$

$$\therefore \Delta s = \int \frac{du + pdv}{T}$$

理想気体では、$u = c_v T,\ \ pv = RT$ ゆえ、

$$\Delta s = \int \frac{c_v dT}{T} + \int \frac{R dv}{v} = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

よって、**可逆**過程での膨張（状態１→２）における比エントロピー変化は、

$$\therefore \Delta s_{12} = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1}$$

※**可逆断熱過程**は等エントロピー変化である。わざわざ、求める必要はない。

$$\therefore \Delta s_{12} = C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{v_2}{v_1} = 0$$

同様に、**不可逆**断熱過程での膨張（状態１→３）における比エントロピー変化は、

$$\Delta s_{13} = \Delta s_{12} + \Delta s_{23} = \Delta s_{23} \quad (\because \Delta s_{12} = 0)$$

また、比エントロピー差 Δs_{23} は、等圧過程を考えればよい。

$$\Delta s_{23} = \left(C_v \ln \frac{T_3}{T_2} + R \ln \frac{v_3}{v_2} \right) = \frac{R}{\kappa - 1} \ln \frac{T_3}{T_2} + R \ln \frac{v_3}{v_2}$$

$$= \frac{R}{\kappa - 1} \ln \frac{T_3}{T_2} + R \ln \frac{T_3}{T_2} \quad \left(\because \frac{v_3}{v_2} = \frac{T_3}{T_2} \right)$$

$$\therefore \Delta s_{23} = \frac{\kappa R}{\kappa - 1} \ln \frac{T_3}{T_2}$$

2020（R2）年度【3】略解

（1）	・圧力仕事・・・閉じた系が外部にする仕事。絶対仕事ともいう。 ・工業仕事・・・開いた系が外部にする、工業的に利用可能な仕事。
（2）	略
（3）	$T_2 = T_1\left(\frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$
（4）	$h = u + pv = c_v T + RT = (c_v + R)T$
（5）	閉じた系では、$\Delta U = Q - W$ 定常流動系では、$\Delta H = Q - L_t$
（6）	$\Delta s_{23} = \frac{\kappa R}{\kappa - 1}\ln\frac{T_3}{T_2}$

2020 年度【3】講評

法則や用語について、根本的な理解を問う問題が多く出題された。断熱過程という特殊な過程はテーマになることが多いので、しっかり学習しておく必要がある。

エントロピーの理解は必須か。不可逆過程におけるエントロピー変化を考える際に、一旦、都合の良い地点の可逆変化を経由して、求める方法は定番。