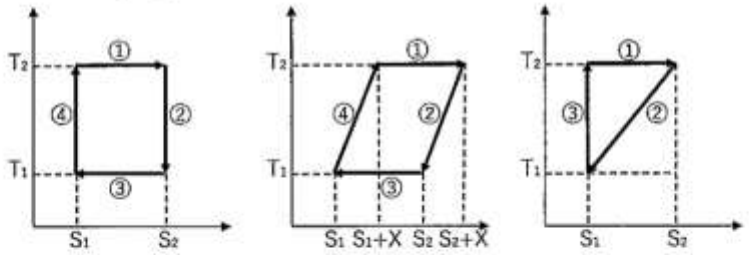
令和３年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：熱力学　［1/2］

（問題[1]，[2]は別々の答案用紙に解答すること．）

[1] M[kg]の理想気体を作動流体とする下図の準静的熱機関 A, B, C に関する以下の設問に答えなさい．なお，図のT, Sは各々絶対温度[K]，エントロピー[J/K]である．また，気体の定積比熱[J/(kgK)]，定圧比熱[J/(kgK)]は各々c_v，c_pとし，図(B)のXは$X > 0$ [J/K]とする．



(1) 熱機関 A が１サイクルにする仕事を求めなさい．
(2) 熱機関 A の過程①における気体の内部エネルギーの変化量を求めなさい．
(3) 熱機関 A の過程②で気体がする仕事を求めなさい．
(4) 熱機関 A の熱効率η_Aを求めなさい．
(5) 熱機関 B が１サイクルにする仕事を求めなさい．
(6) 熱機関 B の熱効率η_Bを求めなさい．
(7) 熱機関 C が１サイクルに熱源から得る正味の熱量を求めなさい．
(8) 熱機関 A, B, C の熱効率η_A，η_B，η_Cの大小関係を示し，その理由を述べなさい．
(9) 最高温度がT_2の高温熱源と最低温度がT_1の低温熱源を用いる熱機関の熱効率はη_Aを超えられないことを，T-S線図を用いて説明しなさい．

2021（R3）年度【１】問題〈カルノーサイクル〉

（１）熱機関Ａが１サイクルにする仕事を求めなさい。

熱機関が１サイクルにする正味の仕事 W は、

$$W = Q_{in} - Q_{out}$$

ここで、温度とエントロピーで書いた線図（$T-S$ 線図）では、

状態１から２への可逆変化を行う場合、

$$Q_{12} = \int_1^2 T dS$$

は、外部との熱の出入りを表す。T 一定のとき、

$$Q_{12} = T_1 \Delta S$$

よって、このサイクルでは、

$$Q_{in} = T_2(S_2 - S_1), \quad Q_{out} = T_1(S_2 - S_1)$$

したがって、

$$W = T_2(S_2 - S_1) - T_1(S_2 - S_1)$$

$$\therefore W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)\ [\mathrm{J}]$$

【別解】熱機関が１サイクルにする正味の仕事 W は、サイクルが囲む面積部分である。

$$\therefore W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)\ [\mathrm{J}]$$

（別解終わり）

（２）熱機関Ａの過程①における気体の内部エネルギーの変化量を求めなさい。

過程①は、等温過程ゆえ、

$$\Delta U = 0\ [\mathrm{J}]$$

（３）熱機関Ａの過程②で気体がする仕事を求めなさい。

熱力学の第１法則 $\Delta U = Q_{in} - W_{out}$ より、W_{out} を求める。

過程②は断熱過程ゆえ、$Q_{in} = 0$

よって、$W_{out} = -\Delta U$

$$W_{out} = -\Delta U = -Mc_v \Delta T = -Mc_v(T_1 - T_2)$$

$$\therefore W_{out} = Mc_v(T_2 - T_1)\ [\mathrm{J}]$$

（4）熱機関 A の熱効率 η_A を求めなさい。

熱効率 η は以下のように表現できる。

$$\eta = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

（1）で求めた値を代入する。

$$\eta_A = \frac{T_2(S_2 - S_1) - T_1(S_2 - S_1)}{T_2(S_2 - S_1)} = 1 - \frac{T_1(S_2 - S_1)}{T_2(S_2 - S_1)}$$

$$\therefore \eta_A = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

＜カルノーの定理＞より、直接上式を求めてもよい。

（5）熱機関 B が 1 サイクルにする仕事を求めなさい。

熱機関が 1 サイクルにする正味の仕事 W は、

$$W = Q_{in} - Q_{out}$$

ここで、温度とエントロピーで書いた線図（$T - S$ 線図）では、

状態 1 から 2 への可逆変化を行う場合、

$$Q_{12} = \int_1^2 T dS$$

は、外部との熱の出入りを表す。

$$Q_{12} =（面積）$$

よって、このサイクルでは、

$$Q_{in} = T_2\{(S_2 + x) - (S_1 + x)\} + \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)\,, \quad Q_{out} = T_1(S_2 - S_1) + \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)$$

したがって、

$$W = T_2(S_2 - S_1) - T_1(S_2 - S_1)$$

$$\therefore W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)\ [\mathrm{J}]$$

【別解】熱機関が 1 サイクルにする正味の仕事 W は、サイクルが囲む面積部分である。

$$\therefore W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)\ [\mathrm{J}]$$

（別解終わり）

（６）熱機関 B の熱効率 η_B を求めなさい。

熱効率 η は以下のように表現できる。

$$\eta = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

（５）で求めた値を代入する。

$$\eta_B = \frac{\left\{T_2(S_2 - S_1) + \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)\right\} - \left\{T_1(S_2 - S_1) + \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)\right\}}{T_2(S_2 - S_1) + \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)}$$

$$\therefore \eta_B = \frac{T_2(S_2 - S_1) - T_1(S_2 - S_1)}{T_2(S_2 - S_1) + \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)} = \frac{(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)}{T_2(S_2 - S_1) + \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)}$$

※熱効率は定義式から求める。カルノーの定理はカルノーサイクル以外には用いない。

（７）熱機関 C が 1 サイクルに熱源から得る正味の熱量を求めなさい。

熱機関が 1 サイクルに熱源から得る正味の熱量 Q は、熱機関が 1 サイクルにする
正味の仕事 W に等しいので、考え方は（３）（５）と異にしない。

$$Q = Q_{in} - Q_{out} = W$$

$$Q_{12} = \int_1^2 TdS$$

よって、このサイクルでは、

$$Q_{in} = T_2(S_2 - S_1), \quad Q_{out} = \frac{1}{2}(S_2 - S_1)(T_1 + T_2)$$

したがって、

$$Q = T_2(S_2 - S_1) - \frac{1}{2}(S_2 - S_1)(T_1 + T_2)$$

$$\therefore Q = \frac{1}{2}(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)\ [\mathrm{J}]$$

【別解】熱機関が 1 サイクルに得る正味の熱量 Q は、サイクルが囲む面積部分である。

$$\therefore Q = \frac{1}{2}(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)\ [\mathrm{J}]$$

（別解終わり）

（８）熱機関 A, B, C の熱効率 η_A, η_B, η_C の大小関係を示し、その理由を述べなさい。

熱機関 C の熱効率 η_C を求める。

$$\eta_C = \frac{\frac{1}{2}(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)}{T_2(S_2 - S_1)} = \frac{(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)}{2T_2(S_2 - S_1)} = \frac{T_2 - T_1}{2T_2}$$

$$\therefore \eta_C = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{T_1}{T_2}\right)$$

（４）（６）（８）より、$\eta_A > \eta_B, \eta_C$ であることが判る。

η_B, η_C の大小関係について、考える。

$$2T_2(S_2 - S_1) - \left\{T_2(S_2 - S_1) + \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)\right\}$$

$$= T_2(S_2 - S_1) - \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)$$

これが 0 より大きくなるとき、$2T_2(S_2 - S_1)$ の方が大きな値となり、$\eta_C > \eta_B$ となる。

$$T_2(S_2 - S_1) > \frac{1}{2}x(T_1 + T_2)$$

$$\therefore x < \frac{2T_2(S_2 - S_1)}{(T_1 + T_2)}$$

x の値で場合分けすると、

（ｉ）

$$x \leq \frac{2T_2(S_2 - S_1)}{(T_1 + T_2)}$$

のとき、

$$\eta_A > \eta_B \geq \eta_C$$

（ii）

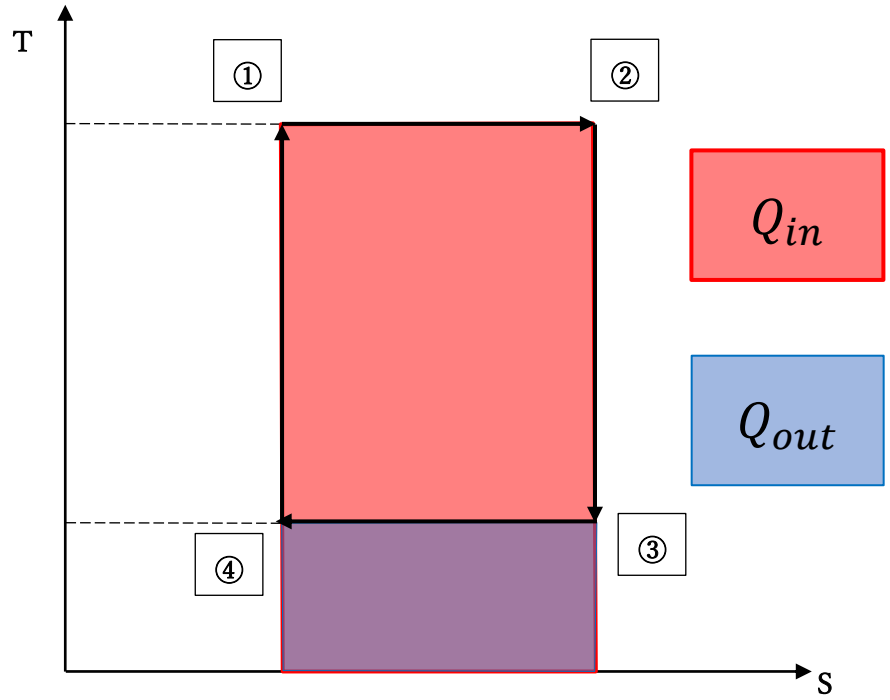
$$x \geq \frac{2T_2(S_2 - S_1)}{(T_1 + T_2)}$$

のとき、

$$\eta_A > \eta_C \geq \eta_B$$

（９）最高温度が T_2 の高温熱源と最低温度が T_1 の低温熱源を用いる熱機関の熱効率は η_A を超えられないことを $T-S$ 線図を用いて説明しなさい。

・熱機関Ａ（カルノーサイクル）



熱効率 η は以下のように表される。

$$\eta = \frac{W}{Q_{in}} = \frac{Q_{in} - Q_{out}}{Q_{in}} = 1 - \frac{Q_{out}}{Q_{in}}$$

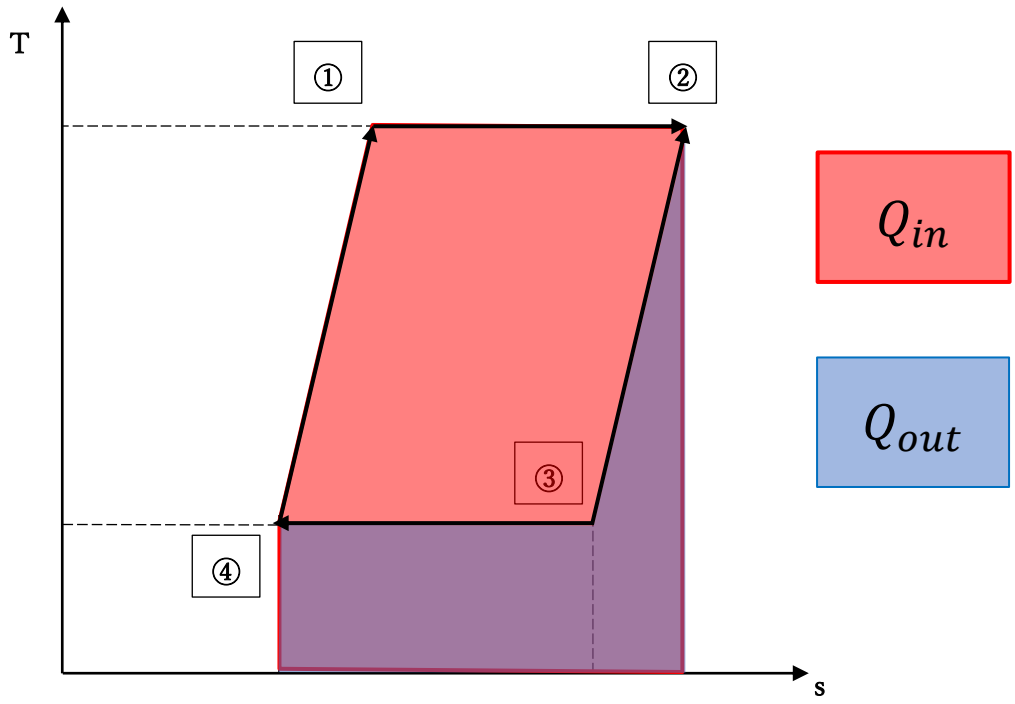
ここで、正味の仕事 W は、サイクルの面積部分を表す。

熱機関Ｂのサイクルでは、正味の仕事 W は熱機関Ａと違わない。
だが、$T-S$ 線図から結局放熱する分の、ムダな吸熱量 Q_{in} が生じていることが判る。

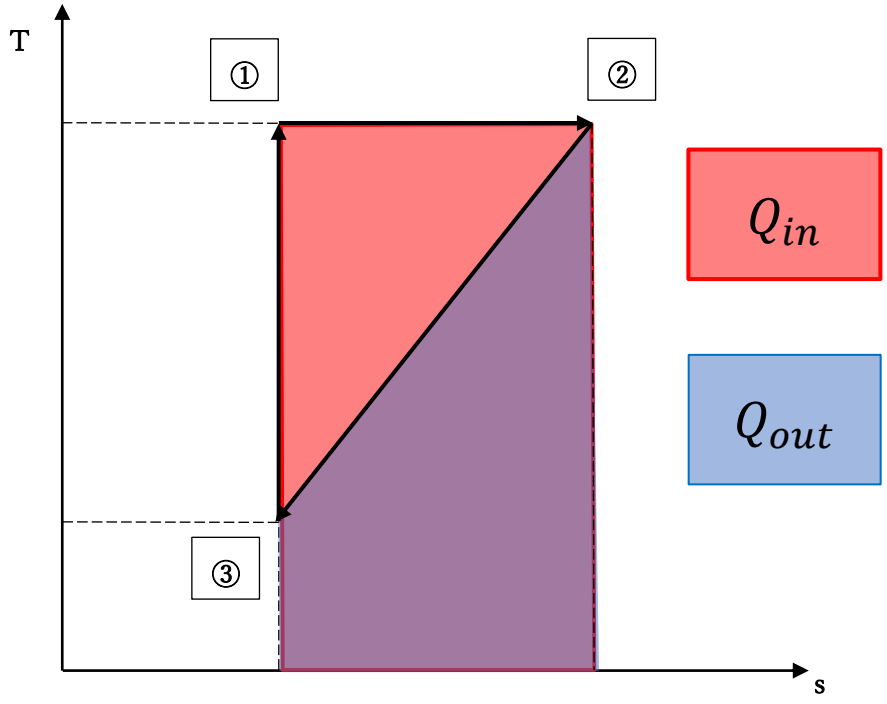
熱機関Ｃのサイクルでは、吸熱量 Q_{in} は熱機関Ａと違わない。
だが、$T-S$ 線図からムダな放熱量が生じ、正味の仕事 W が小さくなっていることが判る。

上記のように、$T-S$ 線図を斜めに横切るとロスが生じ、Q_{in} と Q_{out} の面積比が大きくなる。
よって、熱機関Ａ（カルノーサイクル）の熱効率 η_A を超えるサイクルは存在しない。

・熱機関 B



・熱機関 C



2021（R3）年度【１】略解

（１）	$W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$ [J]
（２）	$\Delta U = 0$ [J]
（３）	$W_{out} = Mc_v(T_2 - T_1)$ [J]
（４）	$\eta_A = 1 - \dfrac{T_1}{T_2}$
（５）	$W = (T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$ [J]
（６）	$\eta_B = \dfrac{(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)}{T_2(S_2 - S_1) + \dfrac{1}{2}x(T_1 + T_2)}$
（７）	$Q = \dfrac{1}{2}(T_2 - T_1)(S_2 - S_1)$ [J]
（８）	（ｉ） $x \leq \dfrac{2T_2(S_2 - S_1)}{(T_1 + T_2)}$ のとき　$\eta_A > \eta_B \geq \eta_C$ （ii） $x \geq \dfrac{2T_2(S_2 - S_1)}{(T_1 + T_2)}$ のとき　$\eta_A > \eta_C \geq \eta_B$

（9）	$T-S$ 線図を斜めに横切るとロスが生じ、Q_{in} と Q_{out} の面積比が大きくなる。 熱機関A（カルノーサイクル）の熱効率 η_A を超えるサイクルは存在しない。

2021（R3）年度【1】講評

$T-S$ 線図の取り扱いに関する基本的な問いである。

熱・仕事と $T-S$ 線図上の面積部分との対応関係については、慣れておく必要がある。

2020 年度【1】にも出題されたので、カルノーサイクル・カルノーの定理についてはやはり熟知しておく必要がある。

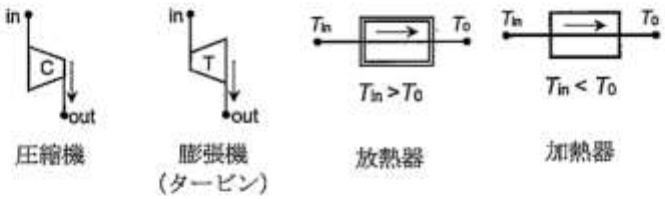
令和３年度
神戸大学大学院工学研究科 博士課程前期課程
機械工学専攻　入学試験問題

科目名：熱力学　［2/2］

（問題[1]，[2]は別々の答案用紙に解答すること．）

[2] 周囲環境（温度 T_0）の空気を低温空気（$T_C < T_0$）として環境圧力で供給するシステムを考える．下図に示す機器のいくつかを組み合わせてシステムを構築し，そのエネルギー効率を評価しなさい．熱源は環境温度，作動流体は乾燥空気，利用可能なエネルギーは動力のみである．各機器での過程は準静的過程とし，乾燥空気は理想気体（気体定数 R，比熱比 κ）として扱えるものとする．空気の質量流量を m とする．各機器の動作は以下の通りとする．

- 圧縮機：圧力比 γ で気体を断熱圧縮する．
- 膨張機（タービン）：圧力比 γ で気体を断熱膨張させる．
- 放熱器：環境温度より高い温度の流体を環境温度まで冷却する．
- 加熱器：環境温度より低い温度の流体を環境温度まで加熱する．



圧縮機　　膨張機（タービン）　　放熱器　　加熱器

(1) システム構成を描きなさい．

(2) 空気の状態変化の T-s 線図を描きなさい．ここで，s は比エントロピーである．

(3) 供給空気温度 T_C を求めなさい．

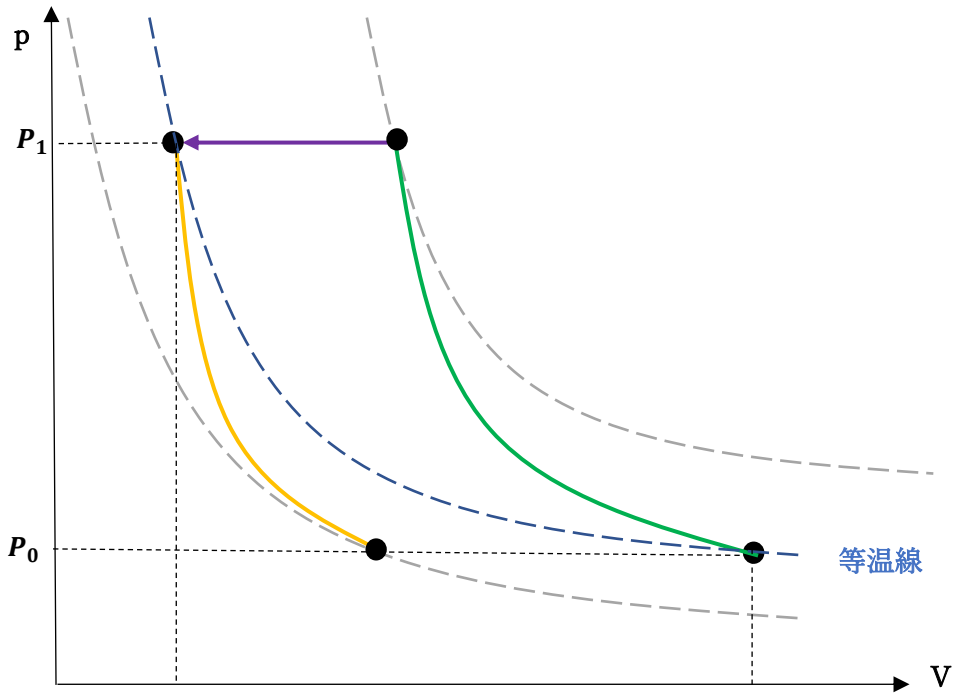
(4) 定常運転時にこのシステムに投入される動力 W を求めなさい．

(5) このシステムで得られる冷却能力 Q を求めなさい．

(6) このシステムの成績係数 COP を求めなさい．

2021（R3）年度【２】問題〈定常流動系におけるフロー：冷凍機〉

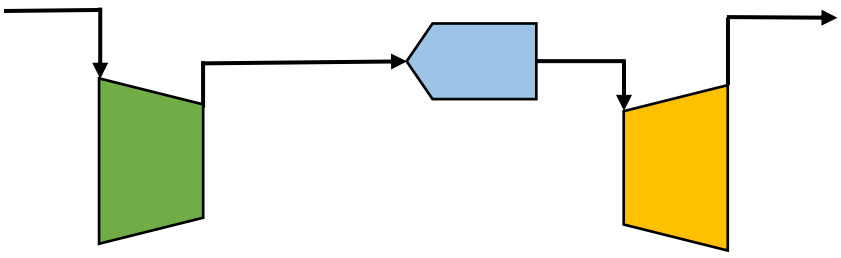
（１）システム構成を描きなさい。



【フロー】

周囲環境の空気を、低温空気として、環境圧力で供給するシステムを作る。

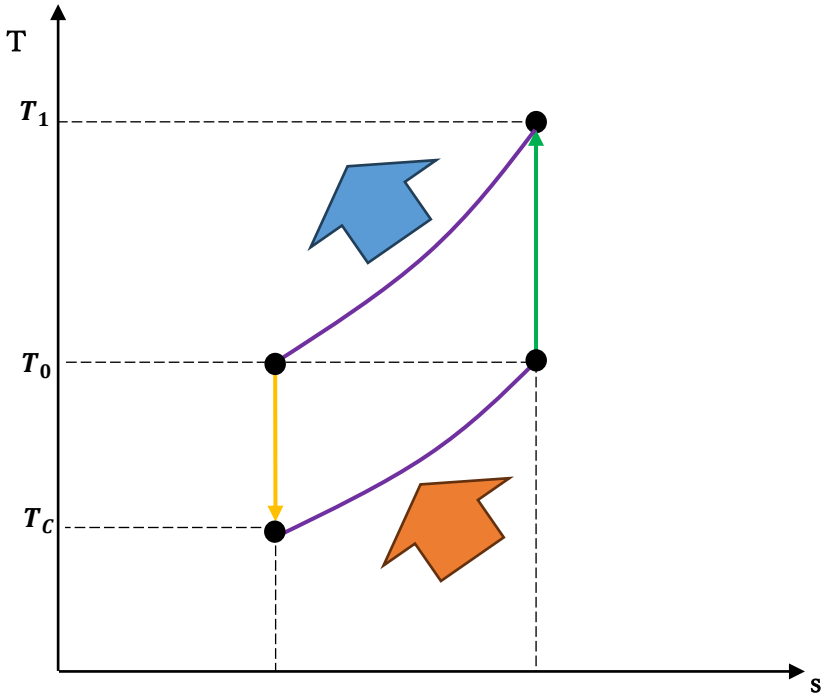
①圧縮機（compressor）　②放熱器　③タービン（turbine）



①圧縮機で断熱圧縮　→　②放熱器で等圧冷却　→　③タービンで断熱膨張

（2）空気の状態変化について $T-S$ 線図を描きなさい。

ここで、s は比エントロピーである。



（3）供給空気温度 T_C を求めなさい。

ポアソンの法則より、

$$P \cdot v^{\kappa} = const.$$

理想気体の状態方程式を用いて、

$$P \cdot \left(\frac{RT}{P}\right)^{\kappa} = const. \qquad P^{1-\kappa} \cdot T^{\kappa} = const.$$

よって、以下の関係式が成り立つ。

$$P_0{}^{1-\kappa} \cdot T_0{}^{\kappa} = P_C{}^{1-\kappa} \cdot T_C{}^{\kappa} \qquad \therefore T_C{}^{\kappa} = T_0{}^{\kappa} \left(\frac{P_0}{P_C}\right)^{1-\kappa} \qquad \therefore T_C = T_0 \left(\frac{P_0}{P_C}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

したがって、圧力比 γ の定義より、

$$\gamma = \frac{P_1}{P_0} = \frac{P_1}{P_C}$$

$$\therefore T_C = T_0 \cdot \gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

（4）定常運転時にこのシステムに投入される動力 W を求めなさい。

このシステムに投入される動力 W は、系にされる正味仕事 $W = W_{in} - W_{out}$ である。
つまり、過程①で気体がされた仕事から過程③で気体がした仕事を引いた値である。

過程①は断熱過程ゆえ、$Q_{in} = 0$
よって、定常流動系における熱力学の第 1 法則 $\Delta H = Q_{in} + W_{in}$ より、W_{in} を求める。

$$W_{in} = \Delta H = mc_p\Delta T = m\frac{\kappa}{\kappa - 1}R(T_1 - T_0)$$

ここで、T_1 を求める。ポアソンの法則より、

$$P_0{}^{1-\kappa} \cdot T_0{}^{\kappa} = P_1{}^{1-\kappa} \cdot T_1{}^{\kappa} \quad \therefore T_1{}^{\kappa} = T_0{}^{\kappa}\left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{1-\kappa} \therefore T_1 = T_0\left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

したがって、圧力比 γ の定義から、

$$\gamma = \frac{P_1}{P_0} = \left(\frac{P_0}{P_1}\right)^{-1} \quad \therefore \frac{P_0}{P_1} = \gamma^{-1}$$

よって、T_1 は、

$$T_1 = T_0 \cdot \gamma^{-\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

したがって、T_1 を代入して、

$$W_{in} = m\frac{\kappa}{\kappa - 1}R\left(\gamma^{-\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1\right)T_0$$

同様に、定常流動系における熱力学の第 1 法則 $\Delta H = -W_{out}$ より、
過程③で気体がした仕事 W_{out} を求める。

$$W_{out} = -\Delta H = -mc_p\Delta T = -m\frac{\kappa}{\kappa - 1}R(T_c - T_0)$$

（3）の結果より、T_c を代入する。

$$W_{out} = m\frac{\kappa}{\kappa - 1}R\left(1 - \gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)T_0$$

以上より、このシステムに投入される動力 $W = W_{in} - W_{out}$ は

$$W = m\frac{\kappa}{\kappa - 1}R\left\{\left(\gamma^{-\frac{1-\kappa}{\kappa}} - 1\right) - \left(1 - \gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)\right\}T_0$$

※ W_{in}, W_{out} ともに工業仕事の定義より求めてもよい。

（5）このシステムで得られる冷却能力 Q を求めなさい。

このシステムで得られる冷却能力 Q は、気体の**吸熱量**である。

過程④は、等圧過程ゆえ、

$$Q_{in} = mc_p\Delta T = m\frac{\kappa}{\kappa-1}R(T_0 - T_C)$$

よって、（3）で求めた T_C を代入して、

$$\therefore Q_{in} = m\frac{\kappa}{\kappa-1}R(T_0 - T_C) = m\frac{\kappa}{\kappa-1}R\left(1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)T_0$$

$$\therefore Q = m\frac{\kappa}{\kappa-1}R\left(1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)T_0$$

（6）このシステムの成績係数 COP を求めなさい。

$$COP = \frac{Q_C}{W}$$

（4）（5）の結果より、

$$COP = \frac{m\frac{\kappa}{\kappa-1}R\left(1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)T_0}{m\frac{\kappa}{\kappa-1}R\left\{\left(\gamma^{-\frac{1-\kappa}{\kappa}}-1\right)-\left(1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)\right\}T_0} = \frac{1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}}{\left(\gamma^{-\frac{1-\kappa}{\kappa}}-1\right)-\left(1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)}$$

$$\therefore COP = \frac{1}{\gamma^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}-1}$$

【誤答】W をされた仕事 W_{in} のみで計算する。

（4）と（5）の結果より、

$$COP = \frac{Q_C}{W_{in}} = \frac{m\frac{\kappa}{\kappa-1}R\left(1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)T_0}{m\frac{\kappa}{\kappa-1}R\left(\gamma^{-\frac{1-\kappa}{\kappa}}-1\right)T_0} = \frac{1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}}{\gamma^{-\frac{1-\kappa}{\kappa}}-1} = \gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$

2021（R3）年度【２】略解

（１）	略
（２）	略
（３）	$T_C = T_0 \cdot \gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$
（４）	$W = m\frac{\kappa}{\kappa-1}R\left\{\left(\gamma^{-\frac{1-\kappa}{\kappa}}-1\right)-\left(1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)\right\}T_0$
（５）	$Q = m\frac{\kappa}{\kappa-1}R\left(1-\gamma^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}\right)T_0$
（６）	$COP = \frac{1}{\gamma^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}-1}$

2021（R3）年度【２】講評

フロー図の組み立てに関して、やや答えづらい問題であったと思われる。

定常流動系における熱力学の第一法則の適用、断熱過程でのポアソンの法則の適用など、基本的な知識は満遍のない学習が必要となる。

今回は、空気冷凍サイクル（ブレイトン逆サイクル）のフローを考える問いであった。

成績係数 COP の定義は覚えておく。