

2019 神大数学 第3問：確率【模範解答】

問1 P_2, P_3, P_4 を求めよ。

2個のサイコロを投げた場合の36通りの場合を表にえがく。

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	4	6	8	10	12
3	3	6	9	12	15	18
4	4	8	12	16	20	24
5	5	10	15	20	25	30
6	6	12	18	24	30	36

(i) P_2 は積を2で割った余りが1となる確率である。表より、

$$P_2 = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

(ii) P_3 は積を3で割った余りが1となる確率である。表より、

$$P_3 = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$$

(iii) P_4 は積を4で割った余りが1となる確率である。表より、

$$P_4 = \frac{5}{36}$$

問2 $n \geq 36$ のとき、 P_n を求めよ。

$n \geq 36$ のとき、 P_n は積を n で割った余りが1となる確率であり、 $(1, 1)$ の場合のみである。

$$P_n = \frac{1}{36}$$

問3 $P_n = \frac{1}{18}$ となる n をすべて求めよ。

n で割って余りが 1 となる組合せが 2 つとなるものを考える。

問 (1), (2) の結果より、 $5 \leq n \leq 35$ で該当する n を考えると、

$P_n = \frac{1}{18}$ となるときの積は、9, 16, 25, 36 に絞られる。

① 積が 9 となるとき $n = 8$

これは、25 も組合せに含まれるため不適。

② 積が 16 となるとき $n = 5, 15$

$n = 5$ は、6 も組合せに含まれるため不適。 $n = 15$ は適する。

③ 積が 25 となるとき $n = 6, 8, 12, 24$

$n = 8$ は、①より不適。 $n = 6, 12, 24$ は適する。

④ 積が 36 となるとき $n = 5, 7, 35$

$n = 5$ は、②より不適。 $n = 7$ は、15 も組合せに含まれるため不適。 $n = 35$ は適する。

以上、①～④より、

$n = 6, 12, 15, 24, 35$

※mod を使った別解もあるが、今回は特に簡単になるわけでもないのでオススメしない。

たかだか 36 通りなので表を書いて数え、場合分けで考えるのが正確で分かりやすい。