

2020 神大数学 第3問：場合の数【模範解答】

問1 和が30になる2つの自然数からなる順列の総数を求めよ。

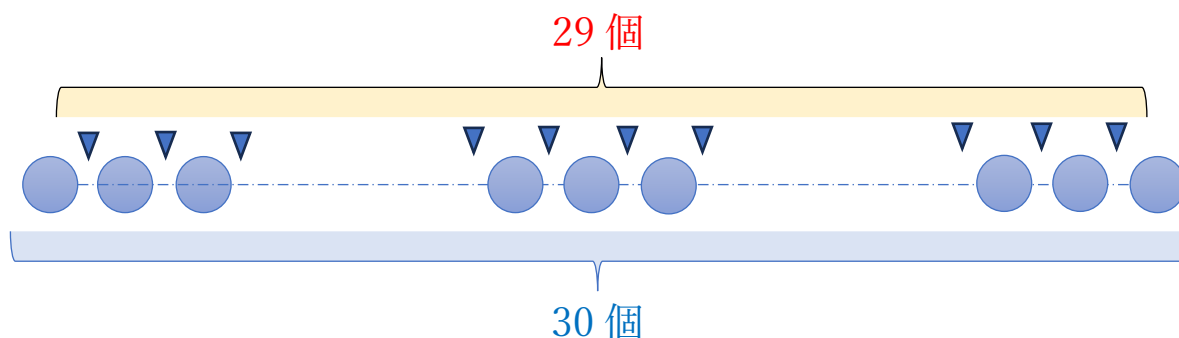
自然数 x, y を用いて、 $x + y = 30$ を満たす (x, y) の数は、

$$(x, y) = (1, 29), (2, 28), (3, 27), \dots, (29, 1)$$

の29通り。

29 通り

★ 30 個の球のすき間に仕切り棒を1つはさむ問題と同じなので、 ${}_{29}C_1 = 29$ とすぐ分かる。



問2 和が30になる3つの自然数からなる順列の総数を求めよ。

30 個の球のすき間に仕切り棒を2つはさむ問題と同じなので、

$${}_{29}C_2 = \frac{29 \cdot 28}{2 \cdot 1} = 406$$

406 通り

問3 和が30になる2つの自然数からなる組合せの総数を求めよ。

組合せの総数は以下の3つの条件①～③に場合分けできる。

① 3つが同じときの組合せ ② 2つが同じときの組合せ ③ 3つが異なるときの組合せ

自然数 x, y, z を用いて、 $x + y + z = 30$ を満たす (x, y, z) の数を考える。

① 3つが同じときの組合せ

①を満たす組合せは、 $(x, y, z) = (10, 10, 10)$ のみ、1通り。

② 2つが同じときの組合せ

$$(x, y, z) = (1, 1, 28), (2, 2, 26), (3, 3, 24), \quad \dots, (10, 10, 10), (11, 11, 8), \quad \dots, (14, 14, 2)$$

の14通りから、 $(x, y, z) = (10, 10, 10)$ の重複を除いた13通り。

③ 3つが異なるときの組合せ

3つが異なるときの順列は、問(2)の結果より、順列の総数は406通りゆえ、

①, ②の順列を除き、 $406 - 1 - (13 \times 3) = 366$ 通り。

よって、3つが異なるときの組合せは、

$$\frac{366}{3!} = 61 \text{ 通り}$$

したがって、①～③より、 $1 + 13 + 61 = 75$

75 通り