

2023 神大物理 第1問：力学【模範解答】

問1 衝突直前の小球 A の速さ、衝突直後の小球 A および小球 B の速さを求めなさい。

衝突直前の小球 A の速さを v_A とすると、エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$\therefore v_A = d\sqrt{\frac{k}{m}}$$

衝突直後の小球 A および小球 B の速度を、それぞれ V_A, V_B とすると、運動量保存則より、

$$mv_A = mV_A + mV_B \quad (1)$$

完全弾性衝突ゆえ、反発係数の式より、

$$1 = -\frac{V_A - V_B}{v_A - 0} \quad (2)$$

式(1),(2)より、

$$\therefore V_A = 0, \quad V_B = v_A = d\sqrt{\frac{k}{m}}$$

問2 糸と鉛直線のなす角度を $\theta (0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ)$ とする。

糸がたるまずに角度 θ の位置に達したとき、小球 B の速さを求めなさい。

小球 B の速さを v 、重力加速度を g とすると、エネルギー保存則より、

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos \theta)$$

$$\therefore v = \sqrt{V_B^2 - 2gl(1 - \cos \theta)}$$

問1の結果を代入して、

$$\therefore v = \sqrt{\frac{k}{m}d^2 - 2gl(1 - \cos \theta)}$$

問3 問2において糸の張力を求めなさい。

糸の張力を T とすると、円運動の方程式より、

$$m \frac{v^2}{l} = T - mg \cos \theta$$

$$\therefore T = m \frac{v^2}{l} + mg \cos \theta$$

問2の結果を代入して、

$$\therefore T = \frac{k}{l} d^2 + mg(3 \cos \theta - 2)$$

問4 衝突後の小球 B が $\theta = 120^\circ$ の位置に達したところで糸がたるんだ。

このときの d を求めなさい。

問3の結果を利用する。

$\theta = 120^\circ$ なので、 $\cos \theta = -\frac{1}{2}$ を代入する。

また、糸がたるむので、 $T = 0$ を代入する。

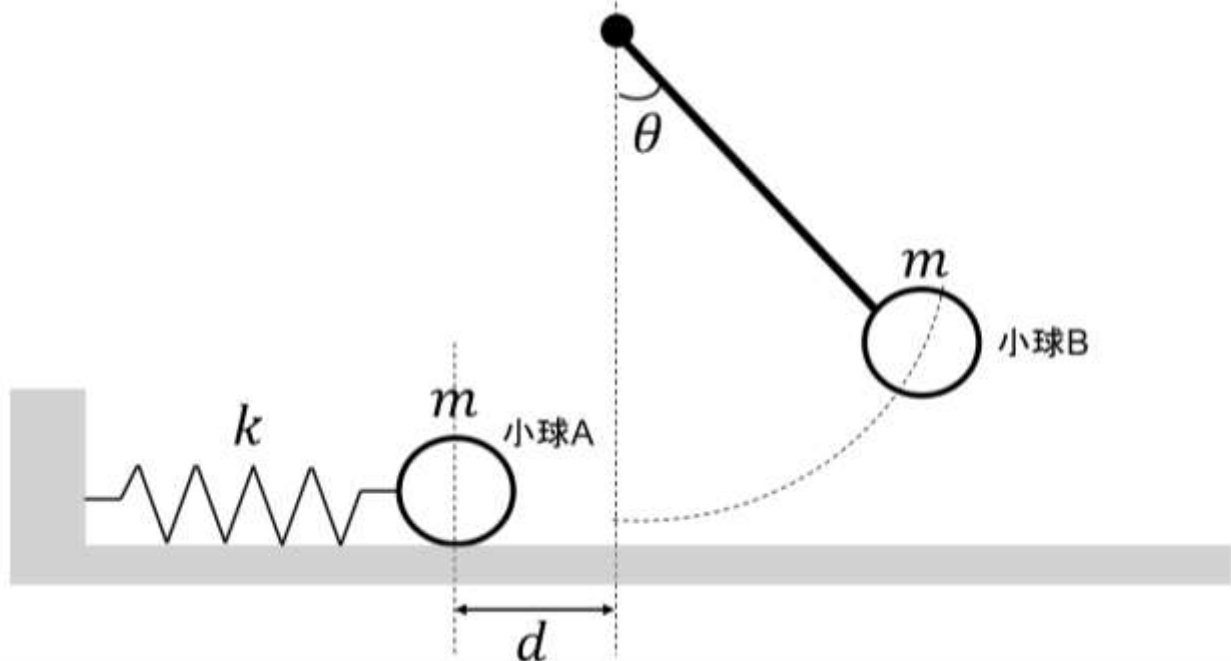
$$0 = \frac{k}{l} d^2 - \frac{7}{2} mg$$

$$\therefore d = \sqrt{\frac{7mgl}{2k}}$$

I. 力学

2023問題

平衡点に位置する小球Bは、小球Aと完全弾性衝突後、円運動を行い、 $\theta = 120^\circ$ で糸がたるむ。ばねの縮み d は？

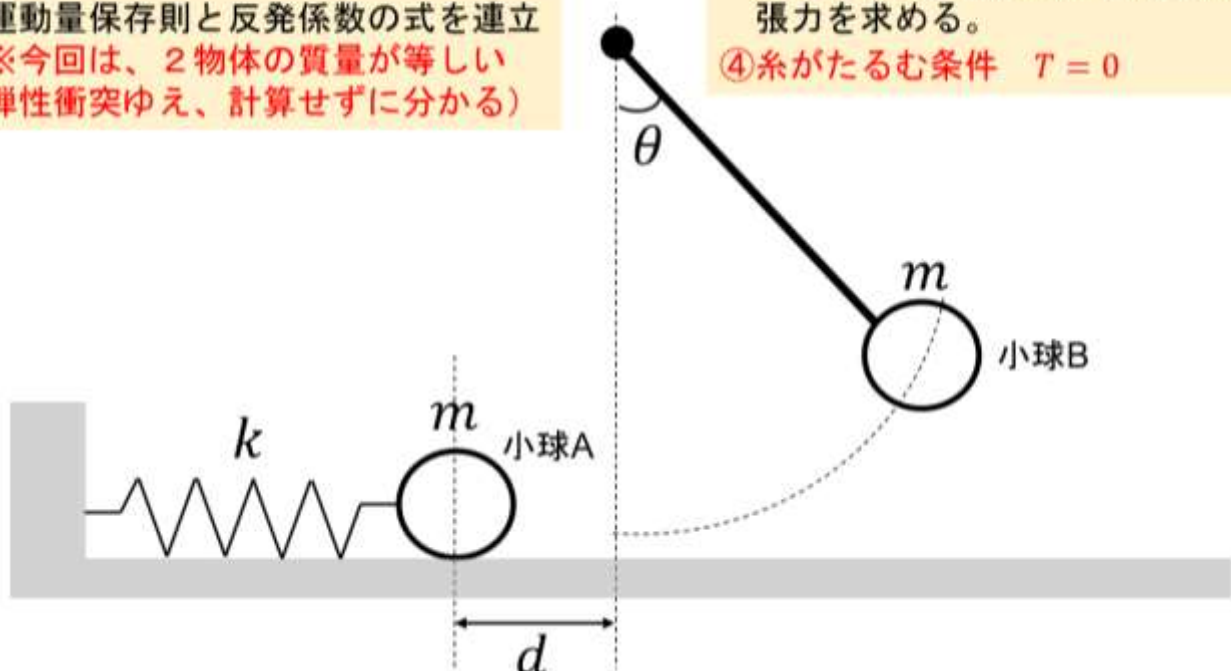


* ポイント (問1)

- ①ばねが自然長になったときの速さ
→エネルギー保存則を用いる
- ②衝突
→運動量保存則と反発係数の式を連立
(※今回は、2物体の質量が等しい
弾性衝突ゆえ、計算せずに分かる)

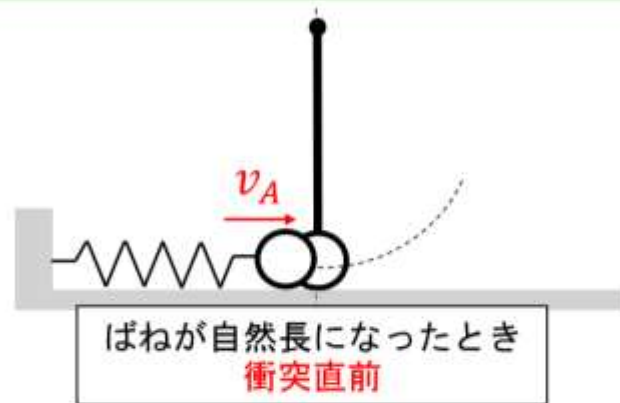
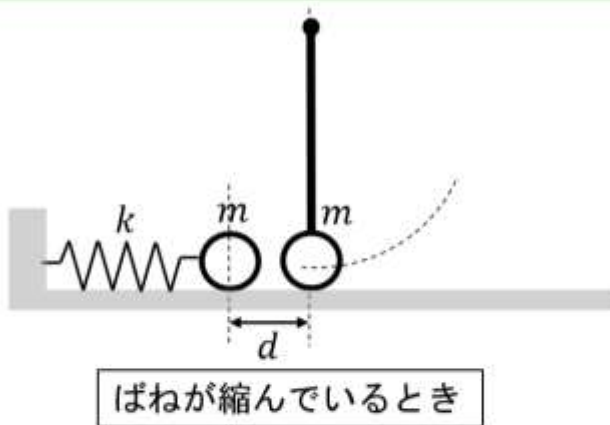
* ポイント (問2～問4)

- ③円運動
→エネルギー保存則を用いて、
速さを求め、円運動の方程式から
張力を求める。
- ④糸がたるむ条件 $T = 0$



I. 力学

2023 問 1



エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv_A^2$$

$$v_A = d\sqrt{\frac{k}{m}}$$

運動量保存則

$$mv_A = mV_A + mV_B$$

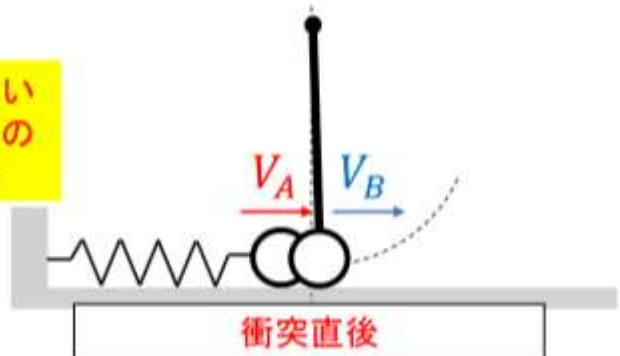
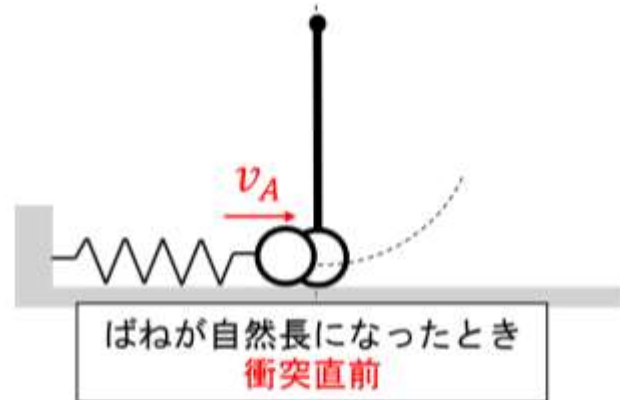
反発係数の式 (完全弾性衝突)

$$1 = -\frac{V_A - V_B}{v_A - 0}$$

2 物体の質量が等しい
完全弾性衝突は速度の
入れ替わりが起きる

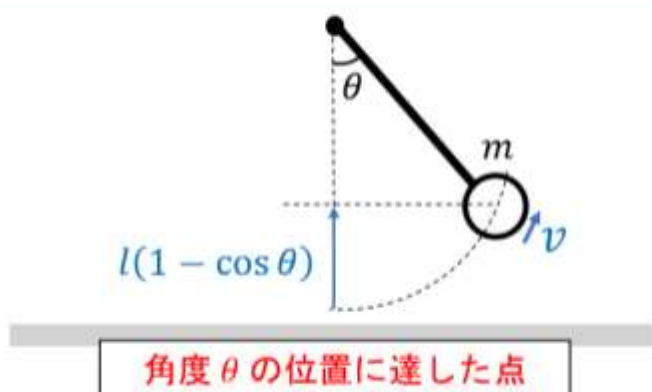
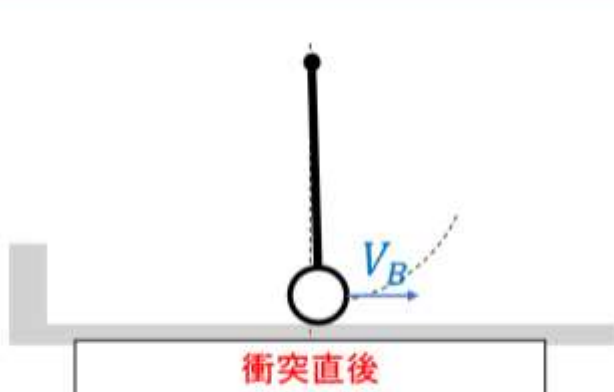
$$V_A = 0$$

$$V_B = v_A = d\sqrt{\frac{k}{m}}$$



I. 力学

2023 問 2



エネルギー保存則

$$\frac{1}{2}mV_B^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mgl(1 - \cos \theta)$$

$$v = \sqrt{V_B^2 - 2gl(1 - \cos \theta)} = \sqrt{\frac{k}{m}d^2 - 2gl(1 - \cos \theta)}$$

I. 力学

2023 問 3 ・ 問 4

円運動の方程式

$$m \frac{v^2}{l} = T - mg \cos \theta$$

$$T = m \frac{v^2}{l} + mg \cos \theta$$

v^2 を代入

$$T = \frac{m}{l} \left\{ \frac{k}{m}d^2 - 2gl(1 - \cos \theta) \right\} + mg \cos \theta$$

$$\therefore T = \frac{k}{l}d^2 + mg(3 \cos \theta - 2)$$

$\cos \theta = -\frac{1}{2}$ のとき、 $T = 0$ となるので

$$\therefore d = \sqrt{\frac{7mgl}{2k}}$$

